



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Programa de estudios
del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático

Temas Selectos

de matemáticas II

Leticia Ramírez Amaya
Secretaria de Educación Pública

Carlos Ramírez Sámano
Subsecretario de Educación Media Superior

Silvia Aguilar Martínez
Coordinadora Sectorial de Fortalecimiento



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Primera edición, 2024.

Subsecretaría de Educación Media Superior
30531-0005-23FE

Av. Universidad 1200, Col. Xoco. Benito Juárez,
C.P. 03330, Ciudad de México (CDMX).

Distribución gratuita. Prohibida su venta

Índice

Introducción.....	4
Aprendizajes de trayectoria y metas de aprendizaje	6
¿Cómo leer las progresiones de Temas selectos de matemáticas?.....	9
Transversalidad con otras Áreas del Conocimiento y Recursos Sociocognitivos y Socioemocionales	15
Orientaciones pedagógicas.....	17
Recomendaciones para el trabajo en el aula y en la escuela	21
Evaluación formativa del aprendizaje.....	23
Recursos didácticos	24
Bibliografía	24

Bachillerato con carrera técnica
Currículum Fundamental Extendido Obligatorio

Programa de estudios de Temas Selectos de Matemáticas II: Pensamiento geométrico avanzado

SEMESTRE	Quinto	
CRÉDITOS	10 créditos	
COMPONENTE	Componente de Formación Fundamental Extendido	
HORAS	SEMESTRALES	SEMANALES
MEDIACIÓN DOCENTE	80 horas	5 horas

Introducción

La finalidad de la Educación Media Superior es formar personas capaces de reflexionar sobre su vida para conducirla en el presente y en el futuro con bienestar y satisfacción, con sentido de pertenencia social, conscientes de los problemas de la humanidad, dispuestos a participar de manera responsable y decidida en los procesos de democracia participativa, comprometidos con las mejoras o soluciones de las situaciones o problemáticas que existan y que desarrollen la capacidad de aprender a aprender en el trayecto de su vida. En suma, que sean adolescentes, jóvenes y personas adultas capaces de erigirse como agentes de su propia transformación y de la sociedad, y que con ello fomenten una cultura de paz y de respeto hacia la diversidad social, sexual, política y étnica, siendo solidarios y empáticos con las personas y grupos con quienes conviven.

Para ello es preciso contar con un Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS), centrado en el desarrollo integral de las y los adolescentes y jóvenes, diseñado y puesto en práctica desde la inclusión, participación, colaboración, escucha y construcción colectiva, que responda y atienda los mandatos de la reforma al Artículo 3o. Constitucional, la Ley General de Educación y los principios de la Nueva Escuela Mexicana. En el que se haga explícito el papel de las y los docentes como diseñadores didácticos, innovadores educativos y agentes de transformación social con autonomía didáctica¹, trascendiendo su papel de operadores de planes y programas de estudio.

El MCCEMS concibe al Recurso Sociocognitivo de Pensamiento Matemático de manera amplia, incluyendo la ejecución procedimental de algoritmos, la interpretación de sus resultados, y abarcando procesos intuitivos y formales como la observación, el acto de conjeturar y la argumentación, así como también la solución de problemas, la modelación de la realidad y la comunicación en contextos matemáticos.

¹ La autonomía didáctica es la facultad de las y los docentes para decidir, con base en un contexto, las estrategias pedagógicas y didácticas que utilizarán para lograr las metas de aprendizaje establecidas en las progresiones de aprendizaje (SEP, 2022).

En el MCCEMS se abordan el Pensamiento Matemático y Temas Selectos de Matemáticas con Unidades de Aprendizaje Curricular (UAC) que, en apego al Acuerdo Secretarial número 09/08/23 y el Acuerdo Secretarial número 09/05/24, se definen como un conjunto de aprendizajes que integran una unidad completa que tiene valor curricular porque ha sido objeto de un proceso de evaluación, acreditación y/o certificación para la asignación de créditos. Estas UAC pueden ser cursos, asignaturas, materias, módulos u otros que representen aprendizajes susceptibles de ser reconocidos por su valor curricular. Cada UAC enmarca los contenidos y habilidades que darán cumplimiento a la formación de las y los estudiantes de EMS y serán desarrollados a través de las progresiones de aprendizaje.

El Acuerdo 09/05/24 modifica el diverso número 09/08/23 que actualiza el MCCEMS, para fortalecer la impartición del currículo ampliado, con el desarrollo de la formación socioemocional de manera transversal en el componente de formación fundamental extendida y de formación laboral a partir de las unidades de aprendizaje (UA) o unidades de aprendizaje curricular (UAC).

Temas Selectos de Matemáticas se encuentra integrado por tres UAC, a desarrollarse en tres semestres (ver tabla 1).

Tabla 1. Unidades de Aprendizaje Curricular por semestre, horas y créditos

Unidades de Aprendizaje Curricular	Semestre	Horas semanales			Horas semestrales			Créditos
		MD	EI	Total	MD	EI	Total	
TSM I	Cuarto	4	1	5	64	16	80	8
TSM II	Quinto	5	1.25	6.25	80	20	100	10
TSM III	Sexto	5	1.25	6.25	80	20	100	10

Los tres semestres de Temas Selectos de Matemáticas han sido diseñados considerando la trayectoria académica de las y los estudiantes, contemplando conocimientos y saberes relativos al pensamiento estadístico y probabilístico, al pensamiento aritmético, algebraico y geométrico, así como también al pensamiento variacional.

Se continua con la descripción del Pensamiento Matemático a través de las mismas categorías con las que se ha descrito en los primeros tres semestres, pues el tipo de pensamiento que buscamos desarrollar en el estudiantado es el mismo, aunque se profundiza en el alcance de los aprendizajes de trayectoria de cada categoría. Las progresiones de aprendizaje tienen una orientación hacia la formación humana así como también propedéutica para el ingreso a Educación Superior y/o para la inserción al mundo laboral.

En “Temas selectos de matemáticas II: Pensamiento geométrico avanzado” se abordan contenidos tradicionales de geometría analítica desde una óptica novedosa: puesto que el estudiantado contará con experiencias de aprendizaje distintas a las tradicionales, se han tomado en cuenta aspectos variacionales para proponer una UAC que aborde los conceptos, propiedades y relaciones clásicas de los objetos de estudio de la geometría

analítica desde una perspectiva dinámica, a través de la consideración de los puntos de encuentro entre esta geometría, la mecánica clásica, la astronomía y otras ciencias que abrevan de ella.

Se han considerado contenidos de trigonometría a lo largo de las progresiones de aprendizaje. Se busca robustecer y profundizar acerca de lo que se trabajó en esta área de la matemática en los primeros tres semestres, colocando progresiones de aprendizaje que apuntalan el estudio de propiedades e identidades trigonométricas en el contexto de resolución de problemas propios de la geometría analítica, por ejemplo, al considerar el movimiento circular, el estudio de rotaciones de cónicas o el uso de coordenadas polares.

En suma, Temas selectos de matemáticas II reconfigura un curso tradicional de Geometría Analítica en una UAC que explota la transversalidad de esta rama de la matemática, ofrece espacios de reflexión e indagación acerca de algunas interrogantes que han cautivado a la humanidad como lo es el movimiento planetario, a la par que robustece y consolida el pensamiento matemático que el estudiantado ha ido desarrollando en sus primeros semestres.

Aprendizajes de trayectoria y metas de aprendizaje

Los aprendizajes de trayectoria que se desarrollan a lo largo de las UAC responden a las preguntas ¿qué tipo de persona pretendemos formar? y ¿en qué contribuye el área o recurso en la formación integral de las y los jóvenes que cursen este tipo educativo?

Los aprendizajes de trayectoria de Temas Selectos de Matemáticas describen la formación que buscamos ofrecer a las y los estudiantes que cursen por el MCCEMS, la cual pretende aportar herramientas y habilidades, como lo son la capacidad para observar, intuir, conjeturar, argumentar, modelar, entre otras, que les serán de utilidad sin importar el derrotero que sea elegido al terminar el bachillerato.

El perfil de egreso de las y los estudiantes, en Temas Selectos de Matemáticas queda referido en el currículum bajo los siguientes aprendizajes de trayectoria:

1. Aplica procedimientos algorítmicos e interpreta sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.
2. Observa, intuye, conjetura y argumenta a favor o en contra de afirmaciones matemáticas tanto teóricas como de aplicación en áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos o recursos socioemocionales, para debatir y contrastar ideas con sus pares.
3. Analiza situaciones y problemas, discerniendo las variables de interés para el estudio, así como también llevando a cabo la verificación requerida de las hipótesis para la aplicación de los objetos, métodos y conceptos matemáticos utilizados, con la finalidad de modelar fenómenos o resolver problemas.
4. Describe, interpreta y comunica con claridad ideas, situaciones y fenómenos propios de la matemática, de las ciencias naturales, experimentales, de la tecnología, de las ciencias sociales y de su entorno, empleando un lenguaje matemático riguroso.

Para alcanzar estos aprendizajes de trayectoria se han diseñado las progresiones de aprendizaje de Temas Selectos de Matemáticas, las cuales están articuladas con categorías, subcategorías y metas de aprendizajes. A continuación, se presenta una tabla con dichos elementos.

Temas selectos de matemáticas			
Categorías			
Procedural	Procesos de Intuición y Razonamiento	Solución de problemas y modelación	Interacción y lenguaje matemático
Subcategorías			
Elementos aritmético-algebraicos.	Capacidad para observar y conjeturar	Uso de modelos	Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico
Elementos geométricos	Pensamiento intuitivo	Construcción de Modelos	Negociación de significados
Elementos variacionales	Pensamiento formal	Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios	Ambiente matemático de Comunicación
Manejo de datos e incertidumbre			
Aprendizajes de Trayectoria			
Aplica procedimientos algorítmicos e interpreta sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.	Observa, intuye, conjetura y argumenta a favor o en contra de afirmaciones matemáticas tanto teóricas como de aplicación en áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos o recursos socioemocionales, para debatir y contrastar ideas con sus pares.	Analiza situaciones y problemas, discerniendo las variables de interés para el estudio, así como también llevando a cabo la verificación requerida de las hipótesis para la aplicación de los objetos, métodos y conceptos matemáticos utilizados, con la finalidad de modelar	Describe, interpreta y comunica con claridad ideas, situaciones y fenómenos propios de la matemática, de las ciencias naturales, experimentales, de la tecnología, de las ciencias sociales y de su entorno, empleando un lenguaje matemático riguroso.

fenómenos o resolver problemas.

Metas de Aprendizaje

C1M1	C2M1	C3M1	C4M1
Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.
C1M2	C2M2	C3M2	C4M2
Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.	Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieran explicación o interpretación.	Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.
C1M3	C2M3	C3M3	C4M3
Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.	Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.	Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o evaluación.

	C2M4	C3M4	
	Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	

¿Cómo leer las progresiones de Temas selectos de matemáticas?

El elemento curricular principal de la propuesta, aquel en el que confluyen los anteriores son las Progresiones de Aprendizaje, las cuales son una descripción cualitativa en el cambio del nivel de sofisticación del estudiante sobre un concepto clave, proceso, estrategia, práctica o hábito mental. Dicho cambio se puede deber a una variedad de factores como la maduración y la instrucción. (Deane, Sabatini & O Reilly, 2012).

Las progresiones de aprendizaje de Temas selectos de matemáticas trazan un camino por el cual transitar con el estudiantado para adquirir conocimientos, contenidos y, sobre todo, ir desarrollando una forma de pensamiento. En lo que respecta a Pensamiento matemático, la propuesta crucial del MCCEMS consiste en desplazar la atención de la adquisición de contenidos al desarrollo de una forma de pensar matemática.

La manera en la que las progresiones de aprendizaje favorecen el desarrollo de ese tipo de pensamiento es a través de su articulación con las categorías, subcategorías y metas de aprendizaje. Las categorías son una conceptualización que describe al pensamiento matemático y al mismo tiempo orientan el diseño de actividades didácticas: de acuerdo con la categoría establecida en la progresión de aprendizaje se proponen cierto tipo de actividades: cálculos y comprobación de cálculos (procedural); observación, conjeturación, argumentación (procesos de intuición y razonamiento); aplicación de modelos, construcción de modelos, solución de problemas (solución de problemas y modelación); comunicación de ideas matemáticas tanto oral como escrita (Interacción y lenguaje matemático). Las subcategorías del pensamiento matemático describen en extenso a las categorías del pensamiento matemático.

Las metas de aprendizaje son indicadores generales acerca de lo que queremos lograr con nuestros estudiantes y éstas van sumando a los aprendizajes de trayectoria de la UAC de Temas selectos de matemáticas una vez que se articulan con los contenidos específicos de las progresiones correspondientes.

Los contenidos matemáticos no se encuentran ni en categorías ni en subcategorías. Cada progresión de aprendizaje incluye contenido matemático en su enunciado, pues no se puede apoyar la adquisición del pensamiento matemático sobre un conjunto vacío de contenidos. En el caso de Temas selectos de matemáticas II se establecieron contenidos matemáticos relativos a la Geometría analítica.

Al igual que con Pensamiento matemático, la complejidad la van marcando las progresiones de aprendizaje: por ejemplo, en segundo semestre estudiamos proporcionalidad directa e inversa; a partir de dicha experiencia en quinto semestre retomamos su análisis desde una perspectiva gráfica para estudiar, en el caso de la proporcionalidad directa, la ecuación de la línea recta, ello para hacer el abordaje de dicho concepto matemático más significativo y partir de dicha situación para trabajar los demás elementos geométrico-analíticos de la línea recta.

Todos los elementos curriculares que hemos descrito deben concretarse en la contextualización de la realidad del estudiante.

Progresiones de aprendizaje de Temas Selectos de Matemáticas II

Los elementos del MCCEMS que dan respuesta a las preguntas ¿qué se enseña? Y ¿qué se aprende?, son las progresiones de aprendizaje, las metas, las categorías y las subcategorías.

En estas UAC las y los docentes encontrarán los mismos instrumentos curriculares (categorías, subcategorías y metas de aprendizaje) que han sido empleados en los primeros semestres de Pensamiento Matemático. El tipo de pensamiento que buscamos que las y los estudiantes adquieran es el mismo: un pensamiento matemático que apuntala un pensamiento crítico y que, en consecuencia, es descrito por las mismas categorías y subcategorías y evaluado empleando las metas de aprendizaje ya establecidas. La diferencia fundamental entre las UAC de los primeros semestres y las UAC de los últimos semestres recae en la orientación y los propósitos: las UAC de los últimos semestres tienen adicionalmente una perspectiva propedéutica. El currículo fundamental extendido favorece una formación integral en la que se desarrolla el pensamiento crítico del estudiantado y se adquieren los contenidos y herramientas necesarios para poder transitar a Educación Superior. Esta orientación se ve reflejada en el camino didáctico que trazan las progresiones de aprendizaje. Además de esta razón de fondo existe una razón práctica, se ofrece un programa minimalista en tanto a instrumentos curriculares con el fin de que la mayor parte del trabajo docente de apropiación recaiga en la actividad creativa de diseño instruccional sobre cómo articular

las categorías del pensamiento matemático con actividades con sus estudiantes para favorecer esta forma de pensar y la adquisición contenidos innovadores y necesarios para ingresar a Educación Superior.

En el programa de Temas Selectos de Pensamiento Matemático II: Pensamiento geométrico se abordan 11 progresiones de aprendizaje que tienen impacto en el logro de las metas de aprendizaje clasificadas utilizando las cuatro categorías y empleando algunas de sus subcategorías. Las metas de aprendizaje se refieren a esos indicadores que nos permitirán observar (evaluar formativamente) los aprendizajes de trayectoria planteados en estas UAC.

Cada progresión de aprendizaje articula los contenidos y habilidades del Pensamiento Matemático que deberán abordarse a lo largo del semestre y buscarse desarrollar en el estudiantado. Las categorías y subcategorías orientan la práctica docente hacia el favorecimiento de este tipo de pensamiento en las y los estudiantes.

A continuación, se presentan cada una de las 10 progresiones que corresponde al programa de estudios de Temas Selectos de Matemáticas II, así como las relaciones con las metas, categorías y subcategorías.

1 Intuye la trayectoria de objetos que se mueven en dos dimensiones y las describe heurísticamente a través del uso de sistemas coordenados cartesianos. De ser posible empleando software como *Tracker* y *GeoGebra* que le permita rastrear el movimiento de dichos objetos.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C2M2. Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieran explicación o interpretación.	C2. Procesos de intuición y razonamiento	S1. Capacidad para observar y conjeturar.

2 Describe algebraicamente algunas trayectorias, lugares geométricos o regiones en el plano empleando ecuaciones e inecuaciones con dos incógnitas o relaciones de distancia y ángulo entre puntos y rectas del plano cartesiano.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C1M1. Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	C1. Procedural.	S2. Elementos geométricos.
C3M2. Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	C3. Solución de problemas y modelación.	S2. Construcción de modelos.

3

Deduce propiedades geométricas (simetría, extensión, etc.) de curvas planas, a partir de sus expresiones algebraicas, considerando que polinomios de dos variables con coeficientes reales tienen un conjunto solución que puede graficarse en el plano cartesiano.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C1M2. Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.	C1. Procedural.	S1. Elementos aritmético-algebraicos. S2. Elementos geométricos.
C2M1. Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	C2. Procesos de intuición y razonamiento.	S1. Capacidad para observar y conjeturar. S2. Pensamiento intuitivo.
C4M1. Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.	C4. Interacción y lenguaje matemático	S1. Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico. S3. Ambiente matemático de comunicación.

4

Emplea métodos gráficos para entender el comportamiento de dos variables que estén en relación de proporcionalidad directa para deducir la ecuación de la recta que pasa por el origen y posteriormente trabajar el caso general de una recta en el plano.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C3M3. Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.	C3. Solución de problemas y modelación	S3. Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

5

Analiza cuerpos en caída libre, tiros parabólicos como los descritos por las balas disparadas por cañones u otros fenómenos que involucren en su modelación funciones cuadráticas para deducir propiedades analíticas de la parábola.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C3M2. Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	C3. Solución de problemas y modelación.	S2. Construcción de modelos.
C4M1. Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.	C4. Interacción y lenguaje matemático.	S3. Ambiente matemático de comunicación.

6

Analiza el movimiento circular utilizando la ecuación de la circunferencia, medidas angulares y pensamiento variacional. Se consideran las implicaciones físicas de la conservación del momento angular.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C2M4. Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	C2. Procesos de intuición y razonamiento.	S2. Pensamiento intuitivo. S3. Pensamiento formal.

7

Estudia el movimiento planetario utilizando las leyes de Kepler, pensamiento variacional, aspectos analíticos de la elipse y la coplanaridad de cuerpos que se mueven en el espacio.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	C3. Solución de problemas y modelación.	S1. Uso de modelos.

8

Utiliza las esferas de Dandelin para identificar que las cónicas (incluyendo la hipérbola) se obtienen como el resultado de los cortes de un plano a un cono circular de doble hoja.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C2M4. Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	C2. Procesos de intuición y razonamiento.	S2. Pensamiento intuitivo. S3. Pensamiento formal.

9

Considera movimientos del plano y cambios de coordenadas al usar traslaciones y rotaciones con el fin de simplificar la expresión analítica de curvas en el plano.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C3M4. Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	C3. Solución de problemas y modelación.	S3. Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

10

Utiliza coordenadas polares e identidades trigonométricas para lograr una descripción más económica de curvas que de ser descritas cartesianamente tendrían una expresión muy complicada, como por ejemplo, las espirales, cardioides, entre otras.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C4M1. Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.	C4. Interacción y lenguaje matemático.	S1. Registro escrito simbólico, algebraico e iconográfico.

Transversalidad con otras Áreas del Conocimiento y Recursos Sociocognitivos y Socioemocionales

Cuando se plantea la interrogante ¿cómo se relacionan los conocimientos y experiencias provistos por la UAC con las áreas y los recursos del MCCEMS?, la respuesta se encuentra en la transversalidad como la estrategia curricular para acceder a los Recursos Sociocognitivos, las Áreas de Conocimiento y los Recursos Socioemocionales, de tal manera *que integra* los conocimientos de forma significativa y con ello dar un nuevo sentido a la acción pedagógica de las y los docentes. Con el planteamiento de la transversalidad, apoyado por la multidisciplinariedad, interdisciplinariedad y transdisciplinariedad, se logra uno de los propósitos del MCCEMS: un currículum integrado, para alcanzar una mayor y mejor comprensión de la complejidad del entorno natural y social.

Para profundizar sobre el tema de transversalidad, se sugiere revisar el documento de transversalidad en el siguiente enlace: <https://tinyurl.com/2kjfhnv>

Una manera de desarrollar la transversalidad en el aula es la elaboración de proyectos innovadores e integradores, de tal forma que se pueda comprender, afrontar y dar solución de forma global a la problemática planteada, empleando los contenidos que proveen las categorías y subcategorías involucradas en la trayectoria de aprendizaje. En el caso de Pensamiento Matemático es posible lograr esta transversalidad, en la siguiente tabla se muestran algunas posibilidades que pueden ser analizadas, modificadas y complementadas por las y los docentes.

Currículum Fundamental Recurso Sociocognitivo	Lengua y Comunicación e Inglés	<p>Se pueden contextualizar las problemáticas que se trabajan a lo largo de las progresiones de aprendizaje de Temas selectos de matemáticas II (movimiento planetario, tiro parabólico, entre otros) a través de un trabajo de investigación y discernimiento de fuentes, y con ello emplear los elementos aprendidos en LyCIII, contemplando también algunos pequeños textos en inglés, para con ello ir generando nuevo vocabulario vinculado a cuestiones científicas.</p>
	Conciencia Histórica	<p>Un elemento crucial -aunque lamentable- en la historia de la humanidad han sido las guerras. El desarrollo tecnológico y la capacidad estratégica ha marcado muchas veces la diferencia entre los países que se encuentran en conflicto. Se puede analizar el impacto que han tenido los cañones -desde TSMII y el estudio del tiro parabólico- en eventos históricos como la Batalla de Puebla.</p>
	Cultura Digital	<p>Para este semestre el estudiantado habrá desarrollado las habilidades digitales suficientes que le permitirán manipular software como Tracker, lo que le posibilitará desarrollar investigaciones sobre cómo se mueven los objetos, considerando dos dimensiones, y con ello ganar intuición sobre las trayectorias de móviles y la descripción de curvas en el plano, a la par que de que se familiariza con el empleo de sistemas de coordenadas (progresión 1).</p>
Currículum Fundamental Áreas de Conocimiento	Ciencias Naturales, Experimentales y Tecnología	<p>Existe una fuerte vinculación entre Temas selectos de matemáticas II y CNEYT, se pueden emplear algunas progresiones de TSMII para abordar y reforzar conceptos físicos como caída libre y movimiento circular.</p>
	Ciencias Sociales	<p>La forma en que se aborda la ecuación de la línea recta en TSMII es a partiendo de problemáticas en las que se involucre la proporcionalidad directa, retomando saberes de Pensamiento matemático II. Esto posibilita tratar problemáticas propias de las Ciencias sociales en las que se involucren dos variables que guarden dicho tipo de relación para, posteriormente, estudiar en generalidad la ecuación de la línea recta.</p>
	Humanidades	<p>Los elementos analíticos de la elipse se empiezan a abordar en TSMII desde el estudio del movimiento planetario, esto nos permite transversalizar dicho estudio con las humanidades para explorar la visión que el ser humano ha tenido de sí mismo a lo largo de la historia, con respecto a la posición que guarda en el cosmos (heliocentrismo, geocentrismo, etc.).</p>
Currículum Ampliado Recursos Socioemocionales	Bienestar Emocional Afectivo	<p>A lo largo de todas las progresiones de Temas selectos de matemáticas II se plantean problemas matemáticos, los cuales al ser trabajados por el estudiantado pueden llegar a generar lo que en la bibliografía especializada se conoce como <i>ansiedad matemática</i> (Ahmed, 2018). Es importante que al guiar las actividades las y los docentes brindemos herramientas socioemocionales para enfrentar dicha ansiedad.</p>
	Responsabilidad Social	<p>Las problemáticas que se emplean para transversalizar las progresiones de TSMII con las de Ciencias sociales, por su naturaleza, tienen una dimensión que puede ser atendida articulando la discusión con la Responsabilidad social.</p>
	Cuidado Físico Corporal	<p>Existen progresiones de TSMII que analizan el movimiento, tal es el caso de, por ejemplo, la progresión 6. Lo anterior abre la posibilidad de generar actividades lúdicas en las que se desarrollen actividades físicas y deportivas, las cuales pueden analizarse matemáticamente y detonar reflexiones socioemocionales sobre su importancia en el cuidado de nuestro cuerpo.</p>

Ámbitos de la Formación Socioemocional

Recursos socioemocionales: *responsabilidad social, *cuidado físico corporal y *bienestar emocional y afectivo

Ámbito de la formación socioemocional	Categorías
Práctica y colaboración ciudadana	<ul style="list-style-type: none"> • Participación ciudadana y cultura democrática • Seguridad y Educación para la Paz • Perspectiva de género • Conservación y cuidado del medio ambiente
Educación para la salud	<ul style="list-style-type: none"> • Vida saludable • Salud y sociedad • Alimentación saludable • Factores de riesgo y de protección que impactan su salud
Actividades físicas y deportivas	<ul style="list-style-type: none"> • Relaciones interpersonales • El deporte: un derecho humano para todas y todos • El deporte y las emociones • El deporte, la discriminación de género y la violencia • Hacia la igualdad e inclusión en el deporte
Educación integral en sexualidad y género	<ul style="list-style-type: none"> • Las personas tienen derechos sexuales • Factores de sexualidad: libertad de conciencia, placer y autonomía del cuerpo • Equidad, inclusión y no violencia con perspectiva de género • Salud sexual y reproductiva • Ciudadanía sexual
Actividades artísticas y culturales	<ul style="list-style-type: none"> • El arte como necesidad humana • El arte para el autodescubrimiento y la autonomía • El arte como aproximación a la realidad

Orientaciones pedagógicas

En el MCEMS, tanto el Pensamiento matemático como Temas selectos de matemáticas parten de una perspectiva constructivista que atiende tanto lo cognitivo, como lo social, así como también lo emocional. Se adopta la perspectiva del constructivismo social (Simon, 1995) y con ello superar las inversiones anti-didácticas tan comunes en el ámbito de la educación matemática. (Freudenthal, 1999)

Orientaciones didácticas

A continuación presentaremos a través de un ejemplo algunos elementos relevantes en el proceso de diseño de clases adecuadas a las progresiones de aprendizaje de Temas selectos de matemáticas II. Se plantean tres aspectos: la identificación de la progresión, en el que se analiza cómo se articulan los contenidos de la progresión con las categorías, subcategorías y metas de aprendizaje; el diseño de actividades respondiendo a la articulación previamente identificada; y la evaluación formativa.

Identificación de la progresión

La planificación de actividades en Temas selectos de matemáticas se hace a través de las progresiones de aprendizaje. En esta sección revisaremos un ejemplo. Consideremos la progresión 1.

Intuye la trayectoria de objetos que se mueven en dos dimensiones y las describe heurísticamente a través del uso de sistemas coordenados cartesianos. De ser posible empleando software como *Tracker* y *GeoGebra* que le permita rastrear el movimiento de dichos objetos.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C2M2. Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieran explicación o interpretación.	C2. Procesos de intuición y razonamiento	S1. Capacidad para observar y conjeturar.

Toda progresión cuenta con contenido matemático; en el caso de la progresión 1 de TSMII se identifican los siguientes contenidos con los cuales se puede trabajar en el desarrollo de pensamiento matemático:

- Trayectoria de objetos móviles
- Sistemas de coordenadas cartesianos

Las progresiones de aprendizaje no son únicamente contenidos sino que detallan cómo articularlos y a qué categorías vincularlos. En el caso que analizamos, comenzamos con una situación en la que se trabaje la percepción y la intuición del estudiantado en el contexto del estudio de sistemas de coordenadas.

Diseño de actividades

Se desarrollarán actividades dentro de 1 sesión de una hora, atendiendo las categorías, subcategorías y metas de aprendizajes indicadas en la progresión 1.

Los materiales didácticos que se emplearán serán: *Tracker* (software libre) o *TikTok*, un gis y una botella cilíndrica o una bicicleta.

Sesión 1: presentación del problema

El problema que se planteará es muy sencillo pero las respuestas de muchas personas (sin importar la edad ni la profesión que pudieran tener) resultan a menudo erróneas.

A través de este sencillo problema, en el que examinaremos de cerca el movimiento en dos dimensiones de un objeto, estaremos construyendo la necesidad de emplear sistemas de coordenadas para poder expresar ideas matemáticas con mayor claridad con las y los demás.

Como docentes, pintamos con gis un punto blanco sobre la base de la botella cilíndrica, tal y como se ve en la Figura 1. Tenemos que buscar una superficie plana, con un fondo claro para hacer rodar la botella, de forma tal que podamos ver el punto blanco que marcamos con el gis.



Figura 1.

La sencilla pregunta que lanzamos al grupo es la siguiente: ¿Qué trayectoria forma el punto blanco al hacer girar la botella?

Un planteamiento alternativo, que puede resultar muy divertido para las y los estudiantes, es formular la misma pregunta pero, en lugar de emplear una botella como la mostrada en la figura 1, usar una llanta de bicicleta como se ve en la figura 2.



Figura 2.

Se recomienda poner al estudiantado a trabajar en equipo. Resulta interesante observar, y sobre todo resulta importante evaluar, las posibles respuestas que recibimos por parte de ellas y ellos. Es muy probable que nos encontremos con que los dibujos que hagan para mostrar la trayectoria presenten alguna curva con autointersecciones, como docentes debemos retroalimentar por qué ello es imposible.

También es muy probable que las curvas que se presenten no tengan un sistema de referencia que nos permita describir y entender correctamente el movimiento del punto blanco, la retroalimentación al respecto gira en torno de introducir sistemas de coordenadas cartesianas (los cuales conocen desde Pensamiento matemático).

Al observar la diversidad de posibles curvas, como docentes debemos promover el realizar un experimento. Para dicha actividad emplearemos Tracker (Figura 3.) o TikTok (Figura 4.)

Dichas herramientas nos servirán para rastrear el movimiento del punto blanco, tal y como se observa en las figuras antes citadas.

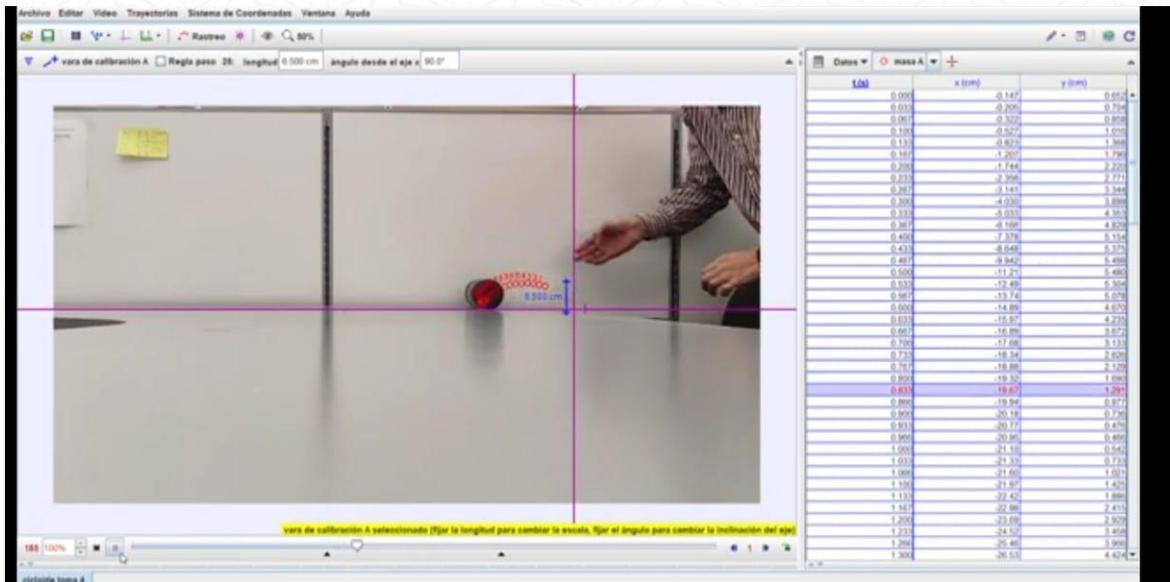


Figura 3.

Al usar Tracker debemos tener cuidado con las medidas de la botella y en dónde colocamos el sistema de referencia. Aunque es muy fácil e intuitivo emplearlo, también es posible utilizar en su lugar TikTok.

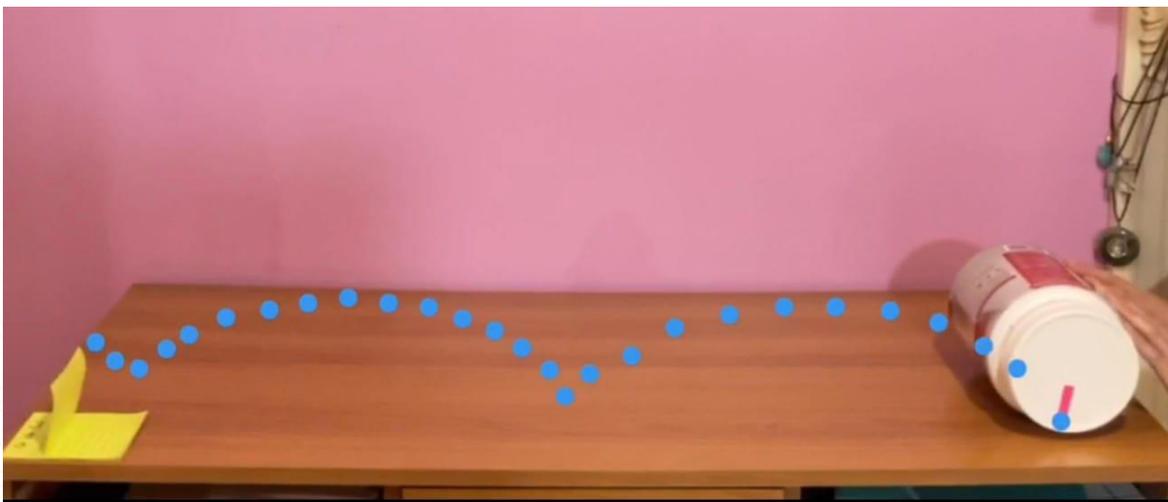


Figura 4.

Es importante retroalimentar en plenaria por qué no se puede tener una curva con autointersecciones y sobre la importancia de localizar correctamente el punto blanco en un sistema de coordenadas.

Como estudio independiente podemos solicitar a las y los estudiantes que:

- Consideren variar la locación del punto blanco en la botella, más cerca o más lejos del centro de la base de ella y pedirles que dibujen las gráficas correspondientes.
- Consideren la mano de un soldado que marcha, ¿la mano retrocede?
- Investigar sobre la propiedad de las curvas isócronas y su relación con la cicloide. De ser posible, construir un modelo de una.

De requerirse, los primeros dos problemas anteriores pueden trabajarse en el aula aumentando con ello el tiempo de impartición de esta progresión.

Es importante notar que aunque la curva que surge es la cicloide, no pretendemos con esta progresión hacer que el estudiantado descubra su expresión paramétrica.

Evaluación formativa

La evaluación formativa se lleva a cabo continuamente. Es a través de la retroalimentación que podemos mejorar la intuición de nuestras y nuestros estudiantes sobre ciertos objetos matemáticos. Algunos aspectos que debemos tomar en cuenta son los siguientes:

- Las gráficas que proponen son continuas y pueden argumentar las razones de ello.
- Las graficas que proponen no presentan autitersecciones y pueden explicar con argumentos el porqué de ello.
- Son capaces de entender la forma en que varía la gráfica con respecto a la distancia en la que se coloca el punto al centro de la base de la botella.
- Emplean un sistema de coordenadas correctamente (identifican el lugar desde el que comienza el movimiento del punto blanco).

Los anteriores aspectos pueden ser empleados para crear una rúbrica o lista de cotejo con la que evaluar formalmente esta actividad.

Recomendaciones para el trabajo en el aula y en la escuela

El abordaje de los contenidos de las progresiones de aprendizaje, que da respuesta a la pregunta ¿cómo se enseña?, se realizará a través de la implementación de estrategias didácticas activas y un programa de trabajo, aula, escuela y comunidad, el cual es un elemento clave para el logro de los planteamientos educativos del MCCEMS.

Se plantea una transición a estrategias didácticas activas, con un enfoque constructivista, en las cuales las y los estudiantes se encuentran en el centro del proceso de aprendizaje, tales como las basadas en: el enfoque por descubrimiento, la indagación, los proyectos, el aprendizaje cooperativo, los retos, el flipped classroom (conocido como aula invertida), entre otras. Las y los docentes en academia proponen las estrategias didácticas, herramientas, materiales o recursos didácticos que deseen utilizar para el logro de los aprendizajes.

La investigación de las ciencias del aprendizaje muestra que los conceptos que se enseñan de forma aislada son difíciles de utilizar por parte de las y los estudiantes para

dar sentido a su vida cotidiana en la realidad social. Para resolver esta fragmentación, se propone un abordaje del Pensamiento Matemático en el que se vaya construyendo con el estudiante la necesidad de cada concepto para solo luego plantear su formalización.

Tradicionalmente se ha confundido la presentación lógico-deductiva de la matemática, que es la presentación por excelencia con la que se comunican los resultados entre investigadores e investigadoras, con su presentación didáctica. De hecho, la formalización deductiva solo tiene lugar después de que se ha llegado, a través de métodos heurísticos a los resultados, como decía el matemático Felix Klein:

“El investigador en matemáticas como en cualquier otra ciencia, no trabaja con un modelo deductivo riguroso. Por el contrario, esencialmente hace uso de su imaginación, y procede intuitivamente ayudado por métodos heurísticos [...] sin el descubrimiento no sería posible la conclusión”.

Parte de la apuesta didáctica de esta propuesta es precisamente trabajar el desarrollo de dicha intuición en nuestros estudiantes. Tender a no poner sobre la mesa un método prefabricado, un camino ya trazado para que el estudiantado transite por él, sino más bien, guiarlo para trazar dicho camino y formalizar esa construcción.

En el caso particular de Temas Selectos de Matemáticas II se recomienda aprovechar la trayectoria académica de las y los estudiantes, pues habrán cursado en tercer semestre la UAC de Pensamiento Variacional, lo que nos da oportunidad de revisar contenidos clásicos de la Geometría Analítica desde una perspectiva que considere ideas de variación asociadas al cálculo.

Evaluación formativa del aprendizaje

Ante la pregunta ¿cómo se evalúa?, se reconoce que la evaluación es un proceso mediante el cual la comunidad docente reúne información acerca de lo que sus estudiantes saben, interpretan y pueden hacer; a partir de ello comparan esta información con las metas formales de aprendizaje para brindar a sus estudiantes sugerencias acerca de cómo pueden mejorar su desempeño. Este proceso se lleva a cabo con el propósito de mejorar la enseñanza y el aprendizaje durante el desarrollo de la situación didáctica. La práctica de la evaluación en el aula es formativa en la medida en que la evidencia sobre los logros de las y los estudiantes se interpreta y usa por el profesorado, los estudiantes o sus compañeros, para tomar decisiones sobre las actividades a realizar en futuras sesiones, a fin de que las y los estudiantes aprenden mejor, con base en las evidencias que se obtuvieron.

La evaluación debe ser formativa para tener la cualidad de ser utilizada como una estrategia de mejora continua. Este tipo de evaluación es constante, ofrece la posibilidad de detectar el progreso o dificultad en el proceso de enseñanza y aprendizaje del estudiantado, permite visualizar el avance que se ha logrado y los objetivos por alcanzar. Para que tenga lugar la evaluación formativa se propone la utilización de la auto y coevaluación.

Las categorías del Pensamiento Matemático también orientan la evaluación formativa, pues es necesario no solamente evaluar lo procedural sino también el desarrollo de nuestros estudiantes en las demás categorías. Siempre es pertinente estar muy conscientes de la diferencia entre acreditación y evaluación.

Retroalimentar es ofrecer información precisa sobre los aspectos a mejorar en los aprendizajes de las y los estudiantes, así como sugerencias para lograrlo. En el MCCEMS se plantea que la evaluación vaya más allá de corregir e identificar errores para finalmente asignar una calificación; por el contrario, se invita a generar una cultura donde se construya el sentido del aprendizaje a través de la retroalimentación formativa. Algunas de sus características son:

- a) Favorece los procesos de pensamiento y comportamiento de las y los estudiantes.
- b) Incide en la motivación de los aprendizajes, ya que impacta en la autoestima de las y los estudiantes.
- c) Da orden a las evidencias de aprendizaje.
- d) Favorece la reflexión para la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Se recomienda diversificar las estrategias de evaluación formativa y de retroalimentación, considerando las diferentes formas de aprendizaje de los alumnos. Estas estrategias contribuirán a tomar decisiones sobre cómo reorientar las actividades de enseñanza para ayudar al estudiantado a mejorar su desempeño.

Más que evaluar de forma punitiva un resultado, estamos evaluando un proceso, una forma de pensar y siempre acompañamos esta evaluación de una retroalimentación.

Recursos didácticos

Se sugiere el uso de software de geometría dinámica para poder apoyar el desarrollo del pensamiento geométrico. Hacer uso de estos programas computacionales acompañado de software como Tracker permite otorgar un dinamismo a la clase. Se recomienda plantear problemas en los que se potencie la visualización y perspectiva geométrica sin el uso de software y solo posteriormente emplear elementos digitales.

En el abordaje de las progresiones de la unidad de aprendizaje, es importante recordar que los ambientes de aprendizaje pueden ser variados:

- a) Aula: virtual o física.
- b) Escuela: laboratorio, taller u otro.
- c) Comunidad: casa, localidad o región.

Bibliografía

- Ahmed, W. (2018). Developmental trajectories of math anxiety during adolescence: Associations with STEM career choice. *Journal of adolescence*, 67, 158-166.
- Biehler, R. (Ed.). (1994). *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*. Kluwer Academic Publishers.
- Braun, E. (1996). *Caos, fractales y cosas raras*. Ciudad de México: Fondo de Cultura Económica.
- Chance, B., & Rossman, A. (2006). Using simulation to teach and learn statistics. *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, 1-16.
- Clements, D. H., & Samara, J. (2011). Learning Trajectories in Mathematics Education. (Science, Ed.) *Early childhood mathematics intervention*(333(6045)), 968-970. doi:https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_1
- Cobb, P., & Bauersfeld, H. (2012). The Coordination of Psychological and Sociological Perspectives in Mathematics Education. En *The emergence of mathematical meaning* (págs. 11-26). Routledge.
- Dallas, H., & Mumford, D. (s.f.). What Mathematics Serves the Majority of 21st Century American Students. Obtenido de <https://www.dam.brown.edu/people/mumford/beyond/papers/CurtisArticleRev10-6.pdf>
- Deane, P., Sabatini, J., & O'Reilly, T. (2012). The CBAL English language arts (ELA) competency model and provisional learning progressions. Obtenido de <http://elap.cbalwiki.ets.org/Outline+of+Provisional+Learning+Progressions>

- Díaz Barriga, A. (s.f.). *Triángulo de Napoleón y cuadrados pitagóricos*. Obtenido de <https://drive.google.com/file/d/1GvDtXkvaRjIQCKe3VmIBR189eEyDrxie/view?usp=sharing>
- Díaz-Bariga, Á. (2023). ¿Calificar o evaluar? Dos procesos que se confunden y pervierten en el acto educativo. *Revista iberoamericana de Educación Superior*, 98-115. doi:<https://doi.org/10.22201/iisue.20072872e.2023.40.1547>
- Díaz-Barriga, Á. (2013). *Un enfoque de competencias en la Educación ¿Una alternativa o un disfraz de cambio?* México: Perfiles Educativos. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/132/13211102.pdf>
- Díaz-Barriga, F. (2006). *Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida*. Ed. McGraw Hill.
- DOF. (2024). *ACUERDO Número 09/05/24 que modifica el diverso número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior*.
- DOF-SEP. (2023). *ACUERDO Número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior*. Obtenido de https://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5699835&fecha=25/08/2023#gsc.tab=0
- Drake, S., & Burns, R. (2004). *Meeting standards through integrated curriculum*.
- Eronen, L., Kokko, S., & Sormunen, K. (2019). Escaping the subject-based class: A Finnish case study of developing transversal competencies in a transdisciplinary course. *The Curriculum Journal*, 264-278.
- Eronen, L., Kokko, S., & Sormunen, K. (2019). Escaping the subject-based class: A Finnish case study of developing transversal competencies in a transdisciplinary course. *The Curriculum Journal*, 30(3), 264-278.
- Fischbein, E. (2002). *Intuition in Science and Mathematics: An Educational Approach*. USA: Kluwer Academic Publishers.
- Fontanelli, O., Miramontes, P., & Mansilla, R. (2020). Distribuciones de probabilidad en las ciencias de la complejidad: una perspectiva contemporánea. *Inter disciplina*, 8, 11-37. Obtenido de https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S2448-57052020000300011&script=sci_abstract
- Fortus D. & Karjick, J. (2011). Curriculum Coherence and Learning. En *Second International Handbook of Science Education* (Vol. 1, págs. 783-798). Springer.
- Freudenthal, H. (1999). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Kluwer Academic Publishers.
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V., & Giacomone, B. (s.f.). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo OCCDM. Obtenido de http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Godino_2016_Modelo_CCDM_S E IEM_M%C3%A1laga.pdf

- Godino, J. D., Bernabeu, M. d., & Castellanos, M. J. (1991). *Azar y probabilidad: fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Editorial Síntesis.
- H., P. (1983). Invención matemática. *Lecturas universitarias: Antología de Matemáticas*, 8, 105-116.
- Hambree, R. (1990). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for research in mathematics education*, 21(1), 33-46.
- Heinrich, S., & Kupers, R. (2019). Complexity as a Big Idea for Secondary Education: Evaluating a Complex Systems Curriculum. *Systems Research and Behavioral Science*.
- Hernández, D. M. (1999). *Una propuesta para la enseñanza de la geometría fractal en el bachillerato*. Tesis para obtener el grado en docencia de las matemáticas, Universidad Autónoma de Querétaro.
- Hitt, F., & Quiroz-Rivera, S. (2017). Aprendizaje de la modelación matemática en un medio sociocultural. *Revista colombiana de educación*, (73), 153-177.
- Kline, M. (1977). *El fracaso de la matemática moderna: ¿por qué Juanito no sabe sumar?* México: Siglo XXI Editores.
- Koko, S., Eronen, L., & Sormunen, K. (2012). Crafting Maths: Exploring Mathematics Learning through Crafts. *Design and Technology Education: An International Journal*.
- Langille, M. (1996). *Studying student's sense making of fractal geometry*. Tesis para obtener el grado de maestro en ciencia, Simon Fraser University.
- Lester, F. K. & William, D. (2002). On the purpose of mathematics education research: Making productive contributions to policy and practice. En *Handbook of International Research in Mathematics Education* (págs. 489-506). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. Inc.
- Mandelbrot, B. (1967). How long is the coast of Britain? Statistical self similarity and fractional dimension. *Science*, 636-638.
- Mandelbrot, B. (1996). Del azar benigno al azar salvaje. *Investigación y ciencia*, 14-20. Obtenido de https://zubietxe.org/wp-content/uploads/2013/12/NIYC1296_014.pdf
- Mandelbrot, B. (2014). *El fractalista: memorias de un científico inconformista*. Tusquets.
- Peitgen, H., Jürgens, H., & Saupe, D. (2012). *Fractals for the classroom: part two: complex systems and mandelbrot set*. Springer Science & Business Media.
- Peitgen, H., Jürgens, H., & Saupe, D. (2013). *Fractals for the classroom: part one: introduction to fractals and chaos*. Springer Science and Business Media.
- Peña, J. A. (Ed.). (2002). *Algunos problemas de la educación en matemáticas en México*. México: Siglo XXI.
- Perelman, Y. (1969). *Álgebra Recreativa*. (E. MIR, Ed.)
- Rossmann, A. J. (2008). Reasoning about informal statistical inference: One statistician's view. *Statistics Education Research*, 7(2), 5-19.

- Rossman, A. J., & Chance, B. L. (2011). *Workshop statistics: discovery with data*. John Wiley & Sons.
- (2012). *Science in the 21st Century*. Journal of the American Academy of Arts & Sciences.
- Seguí, M. L. (2000). *Combinatoria*. Cuadernos de Olimpiadas: Instituto de Matemáticas, UNAM.
- SEMS a. (2024). *El Programa Aula, Escuela y Comunidad*. Obtenido de [https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/imagenes/Programa%20Aula,%20Escuela%20y%20Comunidad_\(Documento\).pdf](https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/imagenes/Programa%20Aula,%20Escuela%20y%20Comunidad_(Documento).pdf)
- SEMS b. (2024). *La evaluación formativa en el MCCEMS*. Obtenido de https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/imagenes/Evaluacion_formativa%20en%20el%20MCCEMS.pdf
- SEMS c. (2023). *Orientaciones Pedagógicas del Recurso Sociocognitivo de Pensamiento Matemático*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/imagenes/Orientaciones%20pedag%C3%83%C2%B3gicas%20-%20Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20.pdf>
- SEMS d. (2023). *Programa de estudio del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático I*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/imagenes/Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20I.pdf>
- SEMS e. (2023). *Programa de estudio del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático II*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/imagenes/Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20II.pdf>
- SEMS f. (2023). *Programa de estudio del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático III*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/imagenes/Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20III.pdf>
- SEMS g. (2023). *La Nueva Escuela Mexicana (NEM): orientaciones para padres y comunidad en general*. Obtenido de [https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/imagenes/La%20Nueva%20Escuela%20Mexicana_orientaciones%20para%20padres%20y%20comunidad%20en%20general_\(Documento\).pdf](https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/imagenes/La%20Nueva%20Escuela%20Mexicana_orientaciones%20para%20padres%20y%20comunidad%20en%20general_(Documento).pdf)
- SEMS-SEP. (2023). *Progresiones de Aprendizaje del Recurso Sociocognitivo Pensamiento Matemático*. México. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/imagenes/Progresiones%20de%20Aprendizaje%20-%20Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico.pdf>
- Siemon, D. (2021). Learning progressions/trajectories in mathematics: Supporting reforma at scale. *Asutralian Journal of Education*, 65(3), 227-247.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy form a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145.

- Smith, C. L. (2006). Implication of Research on Children´s Learning for Standards and Assessment: A Proposed Learning Progression for Matter and the Atomic-Molecular Theory. *Measurement: Interdisciplinary research and perspectives*.
- Stewart, J. (2018). *Single variable calculus: Concepts and contexts*. Cengage Learning.
- Taguma, M., Gabriel, F., & Meow, H. (2019). *Future of Education and Skills 2030: Curriculum analysis: A Synthesis of Research on Learning Trajectories/Progressions in Mathematics*. Obtenido de <https://www.oecd.org/education/2030/A-Synthesis-of-Research-on-Learning-Trajectories-Progressions-in-Mathematics.pdf>
- Talanquer, V. (1996). *Fractus, fracta, fractal*. Ciudad de México: Fondo de Cultura Económico.
- Tall, D. (2002). *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers.
- West, G. (2017). *Scale: The universal laws of growth, innovation, sustainability, and the peace of life, in organisms, cities, economies, and companies*. New York : Penguin Press.
- Yoon, S., Goh, S., & Park, M. (2017). Teaching and Learning About Complex Systems in K-12 Science Education: A review of Empirical Studies 1995-2005. *Review of Educational Research*, 1-41. doi:10.3102./00346543177746090
-

Créditos

EL MARCO CURRICULAR COMÚN DE LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR. COMPONENTE DE FORMACIÓN FUNDAMENTAL EXTENDIDO.

Autores

Andrés Alonso Flores Marín
Coordinador de Pensamiento Matemático

Daniel Igor Arteaga Pérez
Ana luz Barrón Rangel
Guadalupe del Carmen Bocanegra Aguilar
Candelario Hernández Gómez
Damián Chávez Díaz
Eduardo Escobar Mesa
Francisco Javier Escobar Hernández
Francisco Raul Jimenez Camargo
Gabriel Gómez Martínez
Ruben Isiordia Meza
Martin Vega Gómez
Armando Miranda Najera
Osvaldo Jesús Torres Priego
Oved Palma Javier
Arelí Monserrat Pérez Jijón
Efrén Ramírez Oliva
Mildred Yasmín Reyes Norberto
Salvador Baltazar Reyes
Yuszeff Armando Salazar Morales

Asesoría técnica, académica y pedagógica

Irma Irene Bernal Soriano
Mariela Esquivel Solís
Ana Laura Soto Hernández
Liliana Isela Robles Ponce
Rodrigo Salomón Pérez Hernández
Alexis Haziél Ángeles Juárez.
José Oswaldo Teos Aguilar
Mariana Abigail Rangel Torres
María Elena Pérez Campuzano

Especialista en el área

Alejandro Javier Díaz Barriga Casales

Diseño gráfico

Rosalinda G. Moreno Zanela
Héctor R. Gómez Oliver

Se hace un especial agradecimiento a los Colegios de Estudios Científicos y Tecnológicos participantes; a la Dirección de Educación Tecnológica, Industrial y de Servicios, así como a la Dirección de Educación Tecnológica, Agropecuaria y Ciencias del Mar, por los trabajos de colaboración realizados en conjunto con la COSFAC, para la organización, creación y publicación de los programas de estudio correspondientes al componente de formación fundamental extendido del Bachillerato con Carrera Técnica del MCCEMS.

Se autoriza la reproducción total o parcial de este documento, siempre y cuando se cite la fuente y no se haga con fines de lucro.

Secretaría de Educación Pública
Subsecretaría de Educación Media Superior
Coordinación Sectorial de Fortalecimiento Académico
2024