



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Programa de estudios
del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático

Temas Selectos

de matemáticas III

Leticia Ramírez Amaya
Secretaria de Educación Pública

Carlos Ramírez Sámano
Subsecretario de Educación Media Superior

Silvia Aguilar Martínez
Coordinadora Sectorial de Fortalecimiento Académico



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Primera edición, 2024.

Subsecretaría de Educación Media Superior
30531-0006-23FE
Av. Universidad 1200, Col. Xoco. Benito Juárez,
C.P. 03330, Ciudad de México (CDMX).
Distribución gratuita. Prohibida su venta

Índice

Introducción.....	4
Aprendizajes de trayectoria y metas de aprendizaje	6
¿Cómo leer las progresiones de Temas selectos de matemáticas?.....	9
Progresiones de aprendizaje de Temas selectos de matemáticas III	11
Transversalidad con otras Áreas del Conocimiento y Recursos Sociocognitivos y Socioemocionales	16
Orientaciones pedagógicas.....	18
Recomendaciones para el trabajo en el aula y en la escuela	21
Evaluación formativa del aprendizaje.....	23
Recursos didácticos	24
Bibliografía	24

Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS)
Bachillerato con carrera técnica
Currículo Fundamental Extendido Obligatorio

**Programa de estudios de Temas Selectos de Matemáticas III: Pensamiento
variacional para la modelación de fenómenos**

SEMESTRE	Sexto	
CRÉDITOS	10 créditos	
COMPONENTE	Componente de Formación Fundamental Extendido	
HORAS	SEMESTRALES	SEMANALES
MEDIACIÓN DOCENTE	80 horas	5 horas

Introducción

La finalidad de la Educación Media Superior es formar personas capaces de reflexionar sobre su vida para conducirla en el presente y en el futuro con bienestar y satisfacción, con sentido de pertenencia social, conscientes de los problemas de la humanidad, dispuestos a participar de manera responsable y decidida en los procesos de democracia participativa, comprometidos con las mejoras o soluciones de las situaciones o problemáticas que existan y que desarrollen la capacidad de aprender a aprender en el trayecto de su vida. En suma, que sean adolescentes, jóvenes y personas adultas capaces de erigirse como agentes de su propia transformación y de la sociedad, y que con ello fomenten una cultura de paz y de respeto hacia la diversidad social, sexual, política y étnica, siendo solidarios y empáticos con las personas y grupos con quienes conviven.

Para ello es preciso contar con un Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS), centrado en el desarrollo integral de las y los adolescentes y jóvenes, diseñado y puesto en práctica desde la inclusión, participación, colaboración, escucha y construcción colectiva, que responda y atienda los mandatos de la reforma al Artículo 3o. Constitucional, la Ley General de Educación y los principios de la Nueva Escuela Mexicana. En el que se haga explícito el papel de las y los docentes como diseñadores didácticos, innovadores educativos y agentes de transformación social con autonomía didáctica¹, trascendiendo su papel de operadores de planes y programas de estudio.

¹ La autonomía didáctica es la facultad de las y los docentes para decidir, con base en un contexto, las estrategias pedagógicas y didácticas que utilizarán para lograr las metas de aprendizaje establecidas en las progresiones de aprendizaje (SEP, 2022).

El MCCEMS concibe al Recurso Sociocognitivo de Pensamiento Matemático de manera amplia, incluyendo la ejecución procedimental de algoritmos, la interpretación de sus resultados, y abarcando procesos intuitivos y formales como la observación, el acto de conjeturar y la argumentación, así como también la solución de problemas, la modelación de la realidad y la comunicación en contextos matemáticos.

En el MCCEMS se abordan el Pensamiento Matemático y Temas Selectos de Matemáticas con Unidades de Aprendizaje Curricular (UAC) que, en apego al Acuerdo Secretarial número 09/08/23 y el Acuerdo Secretarial número 09/05/24, se definen como un conjunto de aprendizajes que integran una unidad completa que tiene valor curricular porque ha sido objeto de un proceso de evaluación, acreditación y/o certificación para la asignación de créditos. Estas UAC pueden ser cursos, asignaturas, materias, módulos u otros que representen aprendizajes susceptibles de ser reconocidos por su valor curricular. Cada UAC enmarca los contenidos y habilidades que darán cumplimiento a la formación de las y los estudiantes de EMS y serán desarrollados a través de las progresiones de aprendizaje.

El Acuerdo 09/05/24 modifica el diverso número 09/08/23 que actualiza el MCCEMS, para fortalecer la impartición del currículo ampliado, con el desarrollo de la formación socioemocional de manera transversal en el componente de formación fundamental extendida y de formación laboral a partir de las unidades de aprendizaje (UA) o unidades de aprendizaje curricular (UAC).

Temas Selectos de Matemáticas se encuentra integrado por tres UAC, a desarrollarse en tres semestres (ver tabla 1).

Tabla 1. Unidades de Aprendizaje Curricular por semestre, horas y créditos

Unidades de Aprendizaje Curricular	Semestre	Horas semanales			Horas semestrales			Créditos
		MD	EI	Total	MD	EI	Total	
TSM I	Cuarto	4	1	5	64	16	80	8
TSM II	Quinto	5	1.25	6.25	80	20	100	10
TSM III	Sexto	5	1.25	6.25	80	20	100	10

Los tres semestres de Temas Selectos de Matemáticas han sido diseñados considerando la trayectoria académica de las y los estudiantes, contemplando conocimientos y saberes relativos al pensamiento estadístico y probabilístico, al pensamiento aritmético, algebraico y geométrico, así como también al pensamiento variacional.

Se continua con la descripción del Pensamiento Matemático a través de las mismas categorías con las que se ha descrito en los primeros tres semestres, pues el tipo de pensamiento que buscamos desarrollar en el estudiantado es el mismo, aunque se profundiza en el alcance de los aprendizajes de trayectoria de cada categoría. Las progresiones de aprendizaje tienen una orientación hacia la formación humana así como también propedéutica para el ingreso a Educación Superior y/o para la inserción al mundo laboral.

Con “Temas selectos de matemáticas III: Pensamiento variacional para la modelación de fenómenos” se ofrece una UAC que busca favorecer el pensamiento crítico de las y los estudiantes, a través de contenidos de cálculo diferencial e integral: se pone especial énfasis en la aplicación y construcción de modelos variacionales, observando la pertinencia de las variables de estudio, el cumplimiento de las hipótesis de los teoremas y resultados aplicados y la adaptación de las herramientas matemáticas a los contextos que plantean ciertos problemas.

En esta UAC se establecen progresiones de aprendizaje para guiar al estudiantado a través de una trayectoria diseñada con el fin de apoyar la superación de obstáculos cognitivos asociados a contenidos que involucran la noción del infinito potencial.

Se ha puesto especial énfasis en aspectos de modelación de fenómenos naturales o sociales empleando funciones reales de variable real, para mostrar a las y los estudiantes una de las aplicaciones más prominentes de la matemática.

Aprendizajes de trayectoria y metas de aprendizaje

Los aprendizajes de trayectoria que se desarrollan a lo largo de las UAC responden a las preguntas ¿qué tipo de persona pretendemos formar? y ¿en qué contribuye el área o recurso en la formación integral de las y los jóvenes que cursen este tipo educativo?

Los aprendizajes de trayectoria de Temas Selectos de Matemáticas describen la formación que buscamos ofrecer a las y los estudiantes que cursen por el MCCEMS, la cual pretende aportar herramientas y habilidades, como lo son la capacidad para observar, intuir, conjeturar, argumentar, modelar, entre otras, que les serán de utilidad sin importar el derrotero que sea elegido al terminar el bachillerato.

El perfil de egreso de las y los estudiantes, en Temas Selectos de Matemáticas queda referido en el currículum bajo los siguientes aprendizajes de trayectoria:

1. Aplica procedimientos algorítmicos e interpreta sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.

2. Observa, intuye, conjetura y argumenta a favor o en contra de afirmaciones matemáticas tanto teóricas como de aplicación en áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos o recursos socioemocionales, para debatir y contrastar ideas con sus pares.
3. Analiza situaciones y problemas, discerniendo las variables de interés para el estudio, así como también llevando a cabo la verificación requerida de las hipótesis para la aplicación de los objetos, métodos y conceptos matemáticos utilizados, con la finalidad de modelar fenómenos o resolver problemas.
4. Describe, interpreta y comunica con claridad ideas, situaciones y fenómenos propios de la matemática, de las ciencias naturales, experimentales, de la tecnología, de las ciencias sociales y de su entorno, empleando un lenguaje matemático riguroso.

Para alcanzar estos aprendizajes de trayectoria se han diseñado las progresiones de aprendizaje de Temas Selectos de Matemáticas, las cuales están articuladas con categorías, subcategorías y metas de aprendizajes. A continuación, se presenta una tabla con dichos elementos.

Temas selectos de matemáticas			
Categorías			
Procedural	Procesos de Intuición y Razonamiento	Solución de problemas y modelación	Interacción y lenguaje matemático
Subcategorías			
Elementos aritmético-algebraicos.	Capacidad para observar y conjeturar	Uso de modelos	Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico
Elementos geométricos	Pensamiento intuitivo	Construcción de Modelos	Negociación de significados
Elementos variacionales	Pensamiento formal	Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios	Ambiente matemático de Comunicación
Manejo de datos e incertidumbre			

Aprendizajes de Trayectoria

<p>Aplica procedimientos algorítmicos e interpreta sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.</p>	<p>Observa, intuye, conjetura y argumenta a favor o en contra de afirmaciones matemáticas tanto teóricas como de aplicación en áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos o recursos socioemocionales, para debatir y contrastar ideas con sus pares.</p>	<p>Analiza situaciones y problemas, discerniendo las variables de interés para el estudio, así como también llevando a cabo la verificación requerida de las hipótesis para la aplicación de los objetos, métodos y conceptos matemáticos utilizados, con la finalidad de modelar fenómenos o resolver problemas.</p>	<p>Describe, interpreta y comunica con claridad ideas, situaciones y fenómenos propios de la matemática, de las ciencias naturales, experimentales, de la tecnología, de las ciencias sociales y de su entorno, empleando un lenguaje matemático riguroso.</p>
--	--	---	--

Metas de Aprendizaje

C1M1	C2M1	C3M1	C4M1
<p>Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.</p>	<p>Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.</p>	<p>Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.</p>	<p>Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.</p>
C1M2	C2M2	C3M2	C4M2
<p>Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.</p>	<p>Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieran explicación o interpretación.</p>	<p>Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto</p>	<p>Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.</p>

		teórico como de su entorno.	
C1M3 Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	C2M3 Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.	C3M3 Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.	C4M3 Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o evaluación.
	C2M4 Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	C3M4 Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	

¿Cómo leer las progresiones de Temas selectos de matemáticas?

El elemento curricular principal de la propuesta, aquel en el que confluyen los anteriores, son las Progresiones de Aprendizaje, las cuales son una descripción cualitativa en el cambio del nivel de sofisticación del estudiante sobre un concepto clave, proceso, estrategia, práctica o hábito mental. Dicho cambio se puede deber a una variedad de factores como la maduración y la instrucción. (Deane, Sabatini & O Reilly, 2012).

Las progresiones de aprendizaje de Temas selectos de matemáticas trazan un camino por el cual transitar con el estudiantado para adquirir conocimientos, contenidos y, sobre todo, ir desarrollando una forma de pensamiento. En lo que

respecta a Pensamiento matemático, la propuesta principal del MCCEMS consiste en desplazar la atención de la adquisición de contenidos al desarrollo de una forma de pensar matemática.

La manera en la que las progresiones de aprendizaje favorecen el desarrollo de ese tipo de pensamiento es a través de su articulación con las categorías, subcategorías y metas de aprendizaje.

Las categorías son una conceptualización que describe al pensamiento matemático y al mismo tiempo orientan el diseño de actividades didácticas: de acuerdo con la categoría establecida en la progresión de aprendizaje se proponen cierto tipo de actividades: cálculos y comprobación de cálculos (procedural); observación, conjeturación, argumentación (procesos de intuición y razonamiento); aplicación de modelos, construcción de modelos, solución de problemas (solución de problemas y modelación); comunicación de ideas matemáticas tanto oral como escrita (Interacción y lenguaje matemático). Las subcategorías del pensamiento matemático describen en extenso a las categorías del pensamiento matemático.

Las metas de aprendizaje son indicadores generales acerca de lo que queremos lograr con nuestros estudiantes y éstas van sumando a los aprendizajes de trayectoria de la UAC de Temas selectos de matemáticas una vez que se articulan con los contenidos específicos de las progresiones correspondientes.

Los contenidos matemáticos no se encuentran ni en categorías ni en subcategorías. Cada progresión de aprendizaje incluye contenido matemático en su enunciado, pues no se puede apoyar la adquisición del pensamiento matemático sobre un conjunto vacío de contenidos. En el caso de Temas selectos de matemáticas III se establecieron contenidos matemáticos referentes al Cálculo diferencial e integral. Puede observarse cómo se construyen estos contenidos a partir de lo previamente estudiado en las UAC de Pensamiento matemático, en particular, Temas selectos de matemáticas se apoya sobre las ideas variacionales tratadas en el tercer semestre.

Todos los elementos curriculares que hemos descrito deben concretarse en la contextualización de la realidad del estudiante.

Progresiones de aprendizaje de Temas selectos de matemáticas III

Los elementos del MCCEMS que dan respuesta a las preguntas ¿qué se enseña? Y ¿qué se aprende?, son las progresiones de aprendizaje, las metas, las categorías y las subcategorías.

En estas UAC las y los docentes encontrarán los mismos instrumentos curriculares (categorías, subcategorías y metas de aprendizaje) que han sido empleados en los primeros semestres de Pensamiento Matemático. El tipo de pensamiento que buscamos que las y los estudiantes adquieran es el mismo: un pensamiento matemático que apuntala un pensamiento crítico y que, en consecuencia, es descrito por las mismas categorías y subcategorías y evaluado empleando las metas de aprendizaje ya establecidas. La diferencia fundamental entre las UAC de los primeros semestres y las UAC de los últimos semestres recae en la orientación y los propósitos: las UAC de los últimos semestres tienen adicionalmente una perspectiva propedéutica. El currículo fundamental extendido favorece una formación integral en la que se desarrolla el pensamiento crítico del estudiantado y se adquieren los contenidos y herramientas necesarios para poder transitar a Educación Superior. Esta orientación se ve reflejada en el camino didáctico que trazan las progresiones de aprendizaje. Además de esta razón de fondo existe una razón práctica, se ofrece un programa minimalista en tanto a instrumentos curriculares con el fin de que la mayor parte del trabajo docente de apropiación recaiga en la actividad creativa de diseño instruccional sobre cómo articular las categorías del pensamiento matemático con actividades con sus estudiantes para favorecer esta forma de pensar y la adquisición contenidos innovadores y necesarios para ingresar a Educación Superior.

En el programa de Temas Selectos de Pensamiento Matemático III: Pensamiento variacional para la modelación de fenómenos” se abordan 9 progresiones de aprendizaje que tienen impacto en el logro de las metas de aprendizaje clasificadas utilizando las cuatro categorías y empleando algunas de sus subcategorías. Las metas de aprendizaje se refieren a esos indicadores que nos permitirán observar (evaluar formativamente) los aprendizajes de trayectoria planteados en estas UAC.

Cada progresión de aprendizaje articula los contenidos y habilidades del Pensamiento Matemático que deberán abordarse a lo largo del semestre y buscarse desarrollar en el estudiantado. Las categorías y subcategorías orientan la práctica docente hacia el favorecimiento de este tipo de pensamiento en las y los estudiantes.

A continuación, se presentan cada una de las 9 progresiones que corresponde al programa de estudios de Temas Selectos de Matemáticas III, así como las relaciones con las metas, categorías y subcategorías.

Explora las propiedades y criterios específicos que ayudan a determinar el comportamiento de una sucesión de números reales (convergente, divergente, oscilante), considerando ejemplos concretos.

Se puede usar esta progresión para revisar elementos de los números reales concernientes a su expresión decimal, densidad de los racionales y la completez de la recta real.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C2M1. Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	C2. Procesos de intuición y razonamiento.	S1. Capacidad para observar y conjeturar. S2. Pensamiento intuitivo.
C4M1. Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.	C4. Interacción y lenguaje matemático.	S1. Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico. S2. Negociación de significados.

Asume propiedades y aplica teoremas sobre límites para comprender el comportamiento local de fenómenos que son modelados a través de funciones reales de variable real.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C2M4. Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	C2. Proceso de intuición y razonamiento.	S2. Pensamiento intuitivo. S3. Pensamiento formal.
C4M3. Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o evaluación.	C4. Interacción y lenguaje matemático.	S2. Negociación de significados. S3. Ambiente matemático de comunicación.

Modela diversos fenómenos naturales o sociales empleando diferentes tipos de funciones reales de variable real, considerando la continuidad de la función o sus posibles discontinuidades.

3

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C3M2. Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	C3. Solución de problemas y modelación.	S2. Construcción de modelos.

Cuantifica e interpreta las tasas de variación de fenómenos sociales o naturales empleando la noción de derivada.

4

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C3M3. Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.	C3. Solución de problemas y modelación.	S1. Uso de modelos. S3. Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

Calcula e interpreta puntos máximos y mínimos locales, puntos de concavidad y convexidad y demás elementos que permiten entender el comportamiento de una función que modela un fenómeno de interés social o natural asumiendo y aplicando teoremas del cálculo diferencial.

5

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C1M1. Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	C1. Procedural.	S3. Elementos variacionales.
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.		
C3M3. Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.	C3. Solución de problemas y modelación.	S3. Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

6

Estudia el problema del cálculo de áreas de superficies determinadas por funciones simples y aplica propiedades básicas de la integral definida para poder encontrar dichas áreas, como por ejemplo, que la integral de la suma de dos funciones integrables es la suma de las integrales o que la integral de una función por una constante es la constante por la integral de la función, etc.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C2M4. Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	C2. Procesos de intuición y razonamiento.	S2. Pensamiento intuitivo. S3. Pensamiento formal.

7

Analiza el teorema fundamental del cálculo para comprender que la derivación y la integración son procesos inversos.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C4M2. Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	C4. Interacción y lenguaje matemático.	S2. Negociación de significados.

8

Revisa alguna aplicación de la integral como pueden ser el cálculo de volúmenes de revolución, el concepto de trabajo en las ciencias naturales o la longitud de arco, asumiendo teoremas que les permitan hacer los cálculos necesarios.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C3M4. Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	C3. Solución de problemas y modelación.	S2. Construcción de modelos.
C4M3. Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o evaluación.	C4. Interacción y lenguaje matemático.	S1. Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico. S3. Ambiente matemático de comunicación.

Modela situaciones utilizando ecuaciones diferenciales de la forma $df/dx = ax$, resolviéndolas de forma directa con el cálculo de integrales y considera que para modelar otras clases de fenómenos se requiere en ocasiones de la aplicación de métodos numéricos y/o de la asistencia de una computadora (verificando que las hipótesis de los teoremas con los que construyeron los programas utilizados se satisfacen), y que, incluso, otros fenómenos a modelar pueden tener un comportamiento caótico debido a la sensibilidad a las condiciones iniciales.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	C1. Procedural.	S3. Elementos variacionales.
C2M4. Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	C2. Procesos de intuición y razonamiento.	S3. Pensamiento formal.
C3M4. Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	C3. Solución de problemas y modelación.	S3. Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

Transversalidad con otras Áreas del Conocimiento y Recursos Sociocognitivos y Socioemocionales

Cuando se plantea la interrogante ¿cómo se relacionan los conocimientos y experiencias provistos por la UAC con las áreas y los recursos del MCCEMS?, la respuesta se encuentra en la transversalidad como la estrategia curricular para acceder a los Recursos Sociocognitivos, las Áreas de Conocimiento y los Recursos Socioemocionales, de tal manera *que integra* los conocimientos de forma significativa y con ello dar un nuevo sentido a la acción pedagógica de las y los docentes. Con el planteamiento de la transversalidad, apoyado por la multidisciplinariedad, interdisciplinariedad y transdisciplinariedad, se logra uno de los propósitos del MCCEMS: un currículum integrado, para alcanzar una mayor y mejor comprensión de la complejidad del entorno natural y social.

Para profundizar sobre el tema de transversalidad, se sugiere revisar el documento de transversalidad en el siguiente enlace: <https://tinyurl.com/2kjlfhmv>

Una manera de desarrollar la transversalidad en el aula es la elaboración de proyectos innovadores e integradores, de tal forma que se pueda comprender, afrontar y dar solución de forma global a la problemática planteada, empleando los contenidos que proveen las categorías y subcategorías involucradas en la trayectoria de aprendizaje. En el caso de Pensamiento Matemático es posible lograr esta transversalidad, en la siguiente tabla se muestran algunas posibilidades que pueden ser analizadas, modificadas y complementadas por las y los docentes.

Currículum Fundamental Recurso Sociocognitivo	Lengua y Comunicación e Inglés	<p>Muchos de los contenidos de las progresiones de Temas selectos de matemáticas III han tenido un fuerte impacto en la historia de la humanidad. Por poner un ejemplo, la progresión 9 considera la revisión de algunos aspectos de la teoría del caos. Desde el recurso de Lengua y Comunicación, así como desde inglés, podemos buscar materiales audiovisuales y textos que hablen de ello y a partir de los cuales generemos reseñas que tendrán la finalidad de despertar el interés en el estudiantado.</p>
	Conciencia Histórica	<p>La matemática la han hecho mujeres y hombres, y cómo tal merece ser analizada también desde una perspectiva histórica, en la que se revise la evolución de las ideas y cómo éstas han impactado a la humanidad; en particular, desde Conciencia histórica podemos revisar la relevancia que ha tenido para la humanidad el estudio del cálculo diferencial e integral.</p>
	Cultura Digital	<p>Las y los estudiantes habrán recibido de Cultura digital los elementos necesarios para saber cómo utilizar simulaciones simples y experimentos con Tracker y Geogebra en el favorecimiento de su entendimiento de las ideas de variación y modelación, propias de Temas selectos de matemáticas III.</p>
Currículum Fundamental Áreas de Conocimiento	Ciencias Naturales, Experimentales y Tecnología	<p>El cálculo diferencial e integral es el lenguaje con el que se describe la realidad física. En Temas selectos de matemáticas III, las y los estudiantes podrán emplear, para ejemplificar los conceptos estudiados en dicha UAC, algunas de las leyes físicas abordadas en CNEYT.</p>
	Ciencias Sociales	<p>Los problemas de optimización resultan ser relevantes para algunas ciencias sociales como lo es la economía. Se pueden aplicar los teoremas de funciones reales de variable real relacionados con la optimización en el estudio de problemáticas económicas.</p>
	Humanidades	<p>El surgimiento del cálculo diferencial e integral nos permitió como humanidad cuantificar la variación y con ello entender un poco más acerca de nuestro entorno. Los conocimientos adquiridos a partir de esta poderosa herramienta conceptual moldean nuestra forma de ver al mundo y vernos a nosotros mismos, por lo que resulta importante que desde las Humanidades analicemos la epistemología de esta ciencia matemática.</p>
Currículum Ampliado Recursos Socioemocionales	Bienestar Emocional Afectivo	<p>A lo largo de todas las progresiones de Temas selectos de matemáticas III se plantean problemas matemáticos, los cuales al ser trabajados por el estudiantado pueden llegar a generar lo que en la bibliografía especializada se conoce como <i>ansiedad matemática</i> (Ahmed, 2018). Es importante que al guiar las actividades las y los docentes brindemos herramientas socioemocionales para enfrentar dicha ansiedad.</p>
	Responsabilidad Social	<p>Las problemáticas que se emplean para transversalizar las progresiones de TSMIII con las de Ciencias sociales, por su naturaleza, tienen una dimensión que puede ser atendida articulando la discusión con la Responsabilidad social.</p>
	Cuidado Físico Corporal	<p>Es posible emplear algunas herramientas desarrolladas en las progresiones de Temas selectos de matemáticas III (e.g. tiempo de frenado) para analizar las conductas de riesgo en el contexto de la conducción automovilística, y así crear conciencia que en el estudiantado acerca de acciones que pueden adoptar al conducir automóviles o motocicletas con el fin de proteger su integridad física.</p>

Ámbitos de la Formación Socioemocional

Recursos socioemocionales: *responsabilidad social, *cuidado físico corporal y *bienestar emocional y afectivo

Ámbito de la formación socioemocional	Categorías
Práctica y colaboración ciudadana	<ul style="list-style-type: none"> • Participación ciudadana y cultura democrática • Seguridad y Educación para la Paz • Perspectiva de género • Conservación y cuidado del medio ambiente
Educación para la salud	<ul style="list-style-type: none"> • Vida saludable • Salud y sociedad • Alimentación saludable • Factores de riesgo y de protección que impactan su salud
Actividades físicas y deportivas	<ul style="list-style-type: none"> • Relaciones interpersonales • El deporte: un derecho humano para todas y todos • El deporte y las emociones • El deporte, la discriminación de género y la violencia • Hacia la igualdad e inclusión en el deporte
Educación integral en sexualidad y género	<ul style="list-style-type: none"> • Las personas tienen derechos sexuales • Factores de sexualidad: libertad de conciencia, placer y autonomía del cuerpo • Equidad, inclusión y no violencia con perspectiva de género • Salud sexual y reproductiva • Ciudadanía sexual
Actividades artísticas y culturales	<ul style="list-style-type: none"> • El arte como necesidad humana • El arte para el autodescubrimiento y la autonomía • El arte como aproximación a la realidad

Orientaciones pedagógicas

En el MCCEMS, tanto el Pensamiento matemático como Temas selectos de matemáticas parten de una perspectiva constructivista que atiende tanto lo cognitivo, como lo social, así como también lo emocional. Se adopta la perspectiva del constructivismo social (Simon, 1995) y con ello superar las inversiones anti-didácticas tan comunes en el ámbito de la educación matemática. (Freudenthal, 1999)

Orientaciones didácticas

A continuación presentaremos a través de un ejemplo algunos elementos relevantes en el proceso de diseño de clases adecuadas a las progresiones de aprendizaje de Temas selectos de matemáticas III. Se plantean tres aspectos: la identificación de la progresión, en el que se analiza cómo se articulan los contenidos de la progresión con las categorías, subcategorías y metas de

aprendizaje; el diseño de actividades respondiendo a la articulación previamente identificada; y la evaluación formativa.

Identificación de la progresión

La planificación de actividades en Temas selectos de matemáticas se hace a través de las progresiones de aprendizaje. En esta sección revisaremos un ejemplo. Consideremos la progresión 3.

3

Modela diversos fenómenos naturales o sociales empleando diferentes tipos de funciones reales de variable real, considerando la continuidad de la función o sus posibles discontinuidades.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C3M2. Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	C3. Solución de problemas de modelación.	S2. Construcción de modelos.

Toda progresión cuenta con contenido matemático; en el caso de la progresión 3 de TSMIII se identifican los siguientes contenidos con los cuales se puede trabajar en el desarrollo de pensamiento matemático:

- Funciones reales de variable real en la modelación
- Funciones continuas y discontinuas

Las progresiones de aprendizaje no son únicamente contenidos sino que detallan cómo articularlos y a qué categorías vincularlos. En el presente ejemplo, revisaremos como trabajar con funciones reales de variable real en el contexto de creación de modelos y la interpretación de los resultados que dichos modelos arrojan.

Diseño de actividades

Las siguientes actividades se desarrollan en dos sesiones de una hora, empleando la metodología de Asamblea matemática.

Sesión 1

Se plantea al estudiantado la siguiente cuestión: imaginen que tienen un recipiente cilíndrico sobre el cual cae una gota de formas más o menos periódica. Dibújese un bosquejo de la gráfica de la función f que a cada instante t le asocia la altura $f(t)$ del líquido en el recipiente cilíndrico.

El o la docente revisa los trabajos que cada estudiante de forma individual se encuentra realizando. Después de unos minutos, se pide que tres o cuatro estudiantes expongan sus dibujos. Es muy probable que se tengan dibujos

distintos. Cuando se termina la exposición de los dibujos se realiza una votación a mano alzada en la que se ponga a consideración si alguna o ninguna de las gráficas expuestas es correcta.

Posteriormente, se pide que en equipos se discuta sobre las gráficas presentadas y las razones por las cuales se tienen distintos tipos de gráficas para funciones que modelan un mismo fenómeno. En plenaria se van escuchando los argumentos de los estudiantes y el o la docente -sin dar la respuesta correcta- va retroalimentando sus participaciones. Se vuelve a realizar una votación a mano alzada (es muy probable que los resultados que se tenían de la primera votación se vean alterados.)

Antes de finalizar la sesión, el o la docente pregunta por la continuidad de la función f que modela el fenómeno analizado, va escuchando los argumentos del estudiantado y recuperando la definición formal de continuidad.

Para terminar la sesión el o la docente observa si existe algún punto de acuerdo acerca de la naturaleza de la gráfica de f y argumenta cómo debería de ser la función si es que no ha obtenido la respuesta correcta por parte de los estudiantes. (la función es continua).

Estudio independiente: Como estudio independiente se deja pensar en el caso de que, en lugar de una gotera, se tratara de un chorro de agua. También se deja investigar qué pasaría si el chorro de agua cae ya no en un recipiente cilíndrico sino sobre recipientes de diversas formas.

Sesión 2

Para empezar la segunda sesión el o la docente pregunta acerca de las investigaciones solicitadas en el estudio independiente, escucha a las y los estudiantes que llevaron a cabo lo solicitado, da una reflexión sobre la importancia que tiene en su formación integral el esforzarse y, si se encontró con respuestas correctas las ratifica dando retroalimentaciones pertinentes y, en caso de que no sea así, da la respuesta correcta.

Posteriormente recuerda la definición formal de continuidad de funciones, empleando límites y propone algunas propiedades de funciones continuas, como por ejemplo, que si f y g son funciones continuas entonces su suma $f + g$ es una función continua.

El o la docente esboza una breve demostración de la propiedad anterior y lanza la siguiente pregunta: ¿será cierto que si f y g son funciones reales de variable real tales que $f + g$ es una función continua, entonces cada una de las funciones f y g son continuas? (el recíproco de la propiedad que probó anteriormente).

Se lleva a cabo una votación a mano alzada acerca de la pregunta anterior. Se escuchan los argumentos de los estudiantes al respecto.

Antes de finalizar el o la docente ratifica la respuesta correcta o, si no es así, construye un contraejemplo al recíproco del teorema que demostró.

Estudio independiente: se puede dejar como estudio independiente investigar sobre la siguiente afirmación: si f y g son funciones continuas entonces fg , su producto, es una función continua. Se sugiere, como pista, recordar la propiedad del producto de dos límites. También se puede dejar investigar acerca de la veracidad del recíproco de la afirmación previa.

Evaluación formativa

El problema establecido en la sesión 1 es de tal naturaleza que permite establecer discusiones sobre la continuidad de funciones. Se puede elaborar un instrumento de evaluación que contemple los siguientes aspectos:

- Se toma en cuenta o explica el valor $f(0)$ de la gráfica de la función.
- Se analiza correctamente la continuidad de la función f
- Se analiza correctamente el dominio de la función f

Sin embargo, más importante que el instrumento de evaluación (que puede ser una rúbrica o una lista de cotejo) serán las retroalimentaciones dadas al estudiantado. En el caso de la segunda sesión, dichas retroalimentaciones deben ser tales que les permitan construir el contraejemplo a la afirmación.

Recomendaciones para el trabajo en el aula y en la escuela

El abordaje de los contenidos de las progresiones de aprendizaje, que da respuesta a la pregunta ¿cómo se enseña?, se realizará a través de la implementación de estrategias didácticas activas y un programa de trabajo, aula, escuela y comunidad, el cual es un elemento clave para el logro de los planteamientos educativos del MCCEMS.

Se plantea una transición a estrategias didácticas activas, con un enfoque constructivista, en las cuales las y los estudiantes se encuentran en el centro del proceso de aprendizaje, tales como las basadas en: el enfoque por descubrimiento, la indagación, los proyectos, el aprendizaje cooperativo, los retos, el flipped classroom (conocido como aula invertida), entre otras. Las y los docentes en academia proponen las estrategias didácticas, herramientas, materiales o recursos didácticos que deseen utilizar para el logro de los aprendizajes.

La investigación de las ciencias del aprendizaje muestra que los conceptos que se enseñan de forma aislada son difíciles de utilizar por parte de las y los estudiantes para dar sentido a su vida cotidiana en la realidad social. Para resolver esta fragmentación, se propone un abordaje del Pensamiento Matemático en el

que se vaya construyendo con el estudiante la necesidad de cada concepto para solo luego plantear su formalización.

Tradicionalmente se ha confundido la presentación lógico-deductiva de la matemática, que es la presentación por excelencia con la que se comunican los resultados entre investigadores e investigadoras, con su presentación didáctica. De hecho, la formalización deductiva solo tiene lugar después de que se ha llegado, a través de métodos heurísticos a los resultados, como decía el matemático Felix Klein:

“El investigador en matemáticas como en cualquier otra ciencia, no trabaja con un modelo deductivo riguroso. Por el contrario, esencialmente hace uso de su imaginación, y procede intuitivamente ayudado por métodos heurísticos [...] sin el descubrimiento no sería posible la conclusión”.

Parte de la apuesta didáctica de esta propuesta es precisamente trabajar el desarrollo de dicha intuición en nuestros estudiantes. Tender a no poner sobre la mesa un método prefabricado, un camino ya trazado para que el estudiantado transite por él, sino más bien, guiarlo para trazar dicho camino y formalizar esa construcción.

En el caso particular de Temas Selectos de Pensamiento Matemático III, se recomienda trabajar con el estudiantado la carga semántica de algunas palabras relacionadas con conceptos propios del infinito, con el fin de evitar obstáculos epistémicos. Así mismo, esta UAC tiene su acento en favorecer el trabajo de adquisición de un pensamiento crítico al llevar al estudiantado a cuestionar la validez de los modelos matemáticos empleados (la pertinencia del modelo, la verificación del cumplimiento de las hipótesis, entre otras).

Evaluación formativa del aprendizaje

Ante la pregunta ¿cómo se evalúa?, se reconoce que la evaluación es un proceso mediante el cual la comunidad docente reúne información acerca de lo que sus estudiantes saben, interpretan y pueden hacer; a partir de ello comparan esta información con las metas formales de aprendizaje para brindar a sus estudiantes sugerencias acerca de cómo pueden mejorar su desempeño. Este proceso se lleva a cabo con el propósito de mejorar la enseñanza y el aprendizaje durante el desarrollo de la situación didáctica. La práctica de la evaluación en el aula es formativa en la medida en que la evidencia sobre los logros de las y los estudiantes se interpreta y usa por el profesorado, los estudiantes o sus compañeros, para tomar decisiones sobre las actividades a realizar en futuras sesiones, a fin de que las y los estudiantes aprenden mejor, con base en las evidencias que se obtuvieron.

La evaluación debe ser formativa para tener la cualidad de ser utilizada como una estrategia de mejora continua. Este tipo de evaluación es constante, ofrece la posibilidad de detectar el progreso o dificultad en el proceso de enseñanza y aprendizaje del estudiantado, permite visualizar el avance que se ha logrado y los objetivos por alcanzar. Para que tenga lugar la evaluación formativa se propone la utilización de la auto y coevaluación.

Las categorías del Pensamiento Matemático también orientan la evaluación formativa, pues es necesario no solamente evaluar lo procedural sino también el desarrollo de nuestros estudiantes en las demás categorías. Siempre es pertinente estar muy conscientes de la diferencia entre acreditación y evaluación.

Retroalimentar es ofrecer información precisa sobre los aspectos a mejorar en los aprendizajes de las y los estudiantes, así como sugerencias para lograrlo. En el MCCEMS se plantea que la evaluación vaya más allá de corregir e identificar errores para finalmente asignar una calificación; por el contrario, se invita a generar una cultura donde se construya el sentido del aprendizaje a través de la retroalimentación formativa. Algunas de sus características son:

- a) Favorece los procesos de pensamiento y comportamiento de las y los estudiantes.
- b) Incide en la motivación de los aprendizajes, ya que impacta en la autoestima de las y los estudiantes.
- c) Da orden a las evidencias de aprendizaje.
- d) Favorece la reflexión para la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Se recomienda diversificar las estrategias de evaluación formativa y de retroalimentación, considerando las diferentes formas de aprendizaje de los alumnos. Estas estrategias contribuirán a tomar decisiones sobre cómo reorientar las actividades de enseñanza para ayudar al estudiantado a mejorar su desempeño.

Recursos didácticos

Para dar respuesta a la pregunta ¿en qué recursos me apoyo para trabajar las progresiones de aprendizaje?, se sugiere el uso de simuladores, applets, programas de geometría dinámica. Hacer uso de estos programas computacionales acompañado de software como Tracker permite otorgar un dinamismo a la clase y visualizar con mayor claridad fenómenos que se pretendan modelar empleando pensamiento variacional y contenidos propios del Cálculo.

En el abordaje de las progresiones de la unidad de aprendizaje, es importante recordar que los ambientes de aprendizaje pueden ser variados:

- a) Aula: virtual o física.
- b) Escuela: laboratorio, taller u otro.
- c) Comunidad: casa, localidad o región.

Bibliografía

- Ahmed, W. (2018). Developmental trajectories of math anxiety during adolescence: Associations with STEM career choice. *Journal of adolescence*, 67, 158-166.
- Biehler, R. (Ed.). (1994). *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*. Kluwer Academic Publishers.
- Braun, E. (1996). *Caos, fractales y cosas raras*. Ciudad de México: Fondo de Cultura Económica.
- Chance, B., & Rossman, A. (2006). Using simulation to teach and learn statistics. *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, 1-16.
- Clements, D. H., & Samara, J. (2011). Learning Trajectories in Mathematics Education. (Science, Ed.) *Early childhood mathematics intervention*(333(6045)), 968-970. doi:https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_1

- Cobb, P., & Bauersfeld, H. (2012). The Coordination of Psychological and Sociological Perspectives in Mathematics Education. En *The emergence of mathematical meaning* (págs. 11-26). Routledge.
- Dallas, H., & Mumford, D. (s.f.). What Mathematics Serves the Majority of 21st Century American Students. Obtenido de <https://www.dam.brown.edu/people/mumford/beyond/papers/CurtisArticleRev10-6.pdf>
- Deane, P., Sabatini, J., & O'Reilly, T. (2012). The CBAL English language arts (ELA) competency model and provisional learning progressions. Obtenido de <http://elap.cbalwiki.ets.org/Outline+of+Provisional+Learning+Progressions>
- Díaz Barriga, A. (s.f.). *Triángulo de Napoleón y cuadrados pitagóricos*. Obtenido de <https://drive.google.com/file/d/1GvDtXkvaRjIQCKe3VmIBR189eEyDrxie/view?usp=sharing>
- Díaz-Bariga, Á. (2023). ¿Calificar o evaluar? Dos procesos que se confunden y pervierten en el acto educativo. *Revista iberoamericana de Educación Superior*, 98-115. doi:<https://doi.org/10.22201/iisue.20072872e.2023.40.1547>
- Díaz-Barriga, Á. (2013). *Un enfoque de competencias en la Educación ¿Una alternativa o un disfraz de cambio?* México: Perfiles Educativos. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/132/13211102.pdf>
- Díaz-Barriga, F. (2006). *Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida*. Ed. McGraw Hill.
- DOF. (2024). *ACUERDO Número 09/05/24 que modifica el diverso número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior*.
- DOF-SEP. (2023). *ACUERDO Número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior*. Obtenido de https://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5699835&fecha=25/08/2023#gsc.tab=0
- Drake, S., & Burns, R. (2004). *Meeting standards through integrated curriculum*.
- Eronen, L., Kokko, S., & Sormunen, K. (2019). Escaping the subject-based class: A Finnish case study of developing transversal competencies in a transdisciplinary course. *The Curriculum Journal*, 264-278.
- Eronen, L., Kokko, S., & Sormunen, K. (2019). Escaping the subject-based class: A Finnish case study of developing transversal competencies in a transdisciplinary course. *The Curriculum Journal*, 30(3), 264-278.
- Fischbein, E. (2002). *Intuition in Science and Mathematics: An Educational Approach*. USA: Kluwer Academic Publishers.

- Fontanelli, O., Miramontes, P., & Mansilla, R. (2020). Distribuciones de probabilidad en las ciencias de la complejidad: una perspectiva contemporánea. *Inter disciplina*, 8, 11-37. Obtenido de https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S2448-57052020000300011&script=sci_abstract
- Fortus D. & Karjick, J. (2011). Curriculum Coherence and Learning. En *Second International Handbook of Science Education* (Vol. 1, págs. 783-798). Springer.
- Freudenthal, H. (1999). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Kluwer Academic Publishers.
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V., & Giacomone, B. (s.f.). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo OCCDM. Obtenido de http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Godino_2016_Modelo_CCDM_SEIEM_M%C3%A1laga.pdf
- Godino, J. D., Bernabeu, M. d., & Castellanos, M. J. (1991). *Azar y probabilidad: fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Editorial Síntesis.
- H., P. (1983). Invención matemática. *Lecturas universitarias: Antología de Matemáticas*, 8, 105-116.
- Hambree, R. (1990). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for research in mathematics education*, 21(1), 33-46.
- Heinrich, S., & Kupers, R. (2019). Complexity as a Big Idea for Secondary Education: Evaluating a Complex Systems Curriculum. *Systems Research and Behavioral Science*.
- Hernández, D. M. (1999). *Una propuesta para la enseñanza de la geometría fractal en el bachillerato*. Tesis para obtener el grado en docencia de las matemáticas, Universidad Autónoma de Querétaro.
- Hitt, F., & Quiroz-Rivera, S. (2017). Aprendizaje de la modelación matemática en un medio sociocultural. *Revista colombiana de educación*, (73), 153-177.
- Kline, M. (1977). *El fracaso de la matemática moderna: ¿por qué Juanito no sabe sumar?* México: Siglo XXI Editores.
- Koko, S., Eronen, L., & Sormunen, K. (2012). Crafting Maths: Exploring Mathematics Learning through Crafts. *Design and Technology Education: An International Journal*.
- Langille, M. (1996). *Studying student's sense making of fractal geometry*. Tesis para obtener el grado de maestro en ciencia, Simon Fraser University.

- Lester, F. K. & Wiliam, D. (2002). On the purpose of mathematics education research: Making productive contributions to policy and practice. En *Handbook of International Reasearch in Mathematics Education* (págs. 489-506). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. Inc.
- Mandelbrot, B. (1967). How long is the coast of Britain? Statistical self similarity and fractional dimension. *Science*, 636-638.
- Mandelbrot, B. (1996). Del azar benigno al azar salvaje. *Investigación y ciencia*, 14-20. Obtenido de https://zubietxe.org/wp-content/uploads/2013/12/NIYC1296_014.pdf
- Mandelbrot, B. (2014). *El fractalista: memorias de un científico inconformista*. Tusquets.
- Peitgen, H., Jürgens, H., & Saupe, D. (2012). *Fractals for the classroom: part two: complex systems and mandelbrot set*. Springer Science & Business Media.
- Peitgen, H., Jürgens, H., & Saupe, D. (2013). *Fractals for the classroom: part one: introduction to fractals and chaos*. Springer Science and Business Media.
- Peña, J. A. (Ed.). (2002). *Algunos problemas de la educación en matemáticas en México*. México: Siglo XXI.
- Perelman, Y. (1969). *Álgebra Recreativa*. (E. MIR, Ed.)
- Rossmán, A. J. (2008). Reasoning about informal statistical inference: One statistician´s view. *Statistics Education Research*, 7(2), 5-19.
- Rossmán, A. J., & Chance, B. L. (2011). *Workshop statistics: discovery with data*. John Wiley & Sons.
- (2012). *Science in the 21st Century*. Journal of the American Academy of Arts & Sciences.
- Seguí, M. L. (2000). *Combinatoria*. Cuadernos de Olimpiadas: Instituto de Matemáticas, UNAM.
- SEMS a. (2024). *El Programa Aula, Escuela y Comunidad*. Obtenido de [https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Programa%20Aula,%20Escuela%20y%20Comunidad_\(Documento\).pdf](https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Programa%20Aula,%20Escuela%20y%20Comunidad_(Documento).pdf)
- SEMS b. (2024). *La evaluación formativa en el MCCEMS*. Obtenido de https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Evaluacion_formativa%20en%20el%20MCCEMS.pdf
- SEMS c. (2023). *Orientaciones Pedagógicas del Recurso Sociocognitivo de Pensamiento Matemático*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource>

/13634/1/images/Orientaciones%20pedag%C3%83%C2%B3gicas%20-%20Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20.pdf

SEMS d. (2023). *Programa de estudio del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático I*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20I.pdf>

SEMS e. (2023). *Programa de estudio del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático II*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20II.pdf>

SEMS f. (2023). *Programa de estudio del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático III*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20III.pdf>

SEMS g. (2023). *La Nueva Escuela Mexicana (NEM): orientaciones para padres y comunidad en general*. Obtenido de [https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/La%20Nueva%20Escuela%20Mexicana_orientaciones%20para%20padres%20y%20comunidad%20en%20general_\(Documento\).pdf](https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/La%20Nueva%20Escuela%20Mexicana_orientaciones%20para%20padres%20y%20comunidad%20en%20general_(Documento).pdf)

SEMS-SEP. (2023). *Progresiones de Aprendizaje del Recurso Sociocognitivo Pensamiento Matemático*. México. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Progresiones%20de%20Aprendizaje%20-%20Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico.pdf>

Siemon, D. (2021). Learning progressions/trajectories in mathematics: Supporting reforma at scale. *Asutralian Journal of Education*, 65(3), 227-247.

Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy form a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145.

Smith, C. L. (2006). Implication of Research on Children ´s Learning for Standards and Assessment: A Proposed Learning Progression for Matter and the Atomic-Molecular Theory. *Measurement: Interdisciplinary research and perspectives*.

Stewart, J. (2018). *Single variable calculus: Concepts and contexts*. Cengage Learning.

Taguma, M., Gabriel, F., & Meow, H. (2019). *Future of Education and Skills 2030: Curriculum analysis: A Synthesis of Research on Learning Trajectories/Progressions in Mathematics*. Obtenido de <https://www.oecd.org/education/2030/A-Synthesis-of-Research-on-Learning-Trajectories-Progressions-in-Mathematics.pdf>

Talanquer, V. (1996). *Fractus, fracta, fractal*. Ciudad de México: Fondo de Cultura Económico.

Tall, D. (2002). *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers.

West, G. (2017). *Scale: The universal laws of growth, innovation, sustainability, and the peace of life, in organisms, cities, economies, and companies*. New York : Penguin Press.

Yoon, S., Goh, S., & Park, M. (2017). Teaching and Learning About Complex Systems in K-12 Science Education: A review of Empirical Studies 1995-2005. *Review of Educational Research*, 1-41. doi:10.3102./00346543177746090

Créditos

EL MARCO CURRICULAR COMÚN DE LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR. COMPONENTE DE FORMACIÓN FUNDAMENTAL EXTENDIDO.

Autores

Andrés Alonso Flores Marín
Coordinador de Pensamiento Matemático

Daniel Igor Arteaga Pérez
Ana luz Barrón Rangel
Guadalupe del Carmen Bocanegra Aguilar
Candelario Hernández Gómez
Damián Chávez Díaz
Eduardo Escobar Mesa
Francisco Javier Escobar Hernández
Francisco Raul Jimenez Camargo
Gabriel Gómez Martínez
Ruben Isiordia Meza
Martin Vega Gómez
Armando Miranda Najera
Osvaldo Jesús Torres Priego
Oved Palma Javier
Arelí Monserrat Pérez Jijón
Efrén Ramírez Oliva
Mildred Yasmín Reyes Norberto
Salvador Baltazar Reyes
Yuszeff Armando Salazar Morales

Asesoría técnica, académica y pedagógica

Irma Irene Bernal Soriano
Mariela Esquivel Solís
Ana Laura Soto Hernández
Liliana Isela Robles Ponce
Rodrigo Salomón Pérez Hernández
Alexis Haziel Ángeles Juárez.
José Oswaldo Teos Aguilar
Mariana Abigail Rangel Torres
María Elena Pérez Campuzano

Especialista en el área

Alejandro Javier Díaz Barriga Casales

Diseño gráfico

Rosalinda G. Moreno Zanela
Héctor R. Gómez Oliver

Se hace un especial agradecimiento a los Colegios de Estudios Científicos y Tecnológicos participantes; a la Dirección de Educación Tecnológica, Industrial y de Servicios, así como a la Dirección de Educación Tecnológica, Agropecuaria y Ciencias del Mar, por los trabajos de colaboración realizados en conjunto con la COSFAC, para la organización, creación y publicación de los programas de estudio correspondientes al componente de formación fundamental extendido del Bachillerato con Carrera Técnica del MCCEMS.

Se autoriza la reproducción total o parcial de este documento, siempre y cuando se cite la fuente y no se haga con fines de lucro.

Secretaría de Educación Pública
Subsecretaría de Educación Media Superior
Coordinación Sectorial de Fortalecimiento Académico
2024