



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Programa de estudios
del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático

Aplicaciones

del pensamiento matemático

Leticia Ramírez Amaya
Secretaria de Educación Pública

Carlos Ramírez Sámano
Subsecretario de Educación Media Superior

Silvia Aguilar Martínez
Coordinadora Sectorial de Fortalecimiento Académico



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Primera edición, 2024.

Subsecretaría de Educación Media Superior
30531-0007-23FE
Av. Universidad 1200, Col. Xoco. Benito Juárez,
C.P. 03330, Ciudad de México (CDMX).
Distribución gratuita. Prohibida su venta

Índice

Introducción.....	4
Aprendizajes de trayectoria y metas de aprendizaje	6
¿Cómo leer las progresiones de Aplicaciones de pensamiento matemático?.....	9
Transversalidad con otras Áreas del Conocimiento y Recursos Sociocognitivos y Socioemocionales	16
Orientaciones pedagógicas.....	18
Recomendaciones para el trabajo en el aula y en la escuela	22
Evaluación formativa del aprendizaje.....	24
Recursos didácticos	25
Bibliografía	26

**Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS)
Bachillerato con carrera técnica
Currículum Fundamental Extendido Optativo**

Aplicaciones del Pensamiento Matemático

SEMESTRE	Optativa*	
CRÉDITOS	6 créditos	
COMPONENTE	Componente de Formación Fundamental Extendido Optativo	
HORAS	SEMESTRALES	SEMANALES
MEDIACIÓN DOCENTE	48 horas	3 horas

*De acuerdo con el mapa curricular

Introducción

La finalidad de la Educación Media Superior es formar personas capaces de reflexionar sobre su vida para conducirla en el presente y en el futuro con bienestar y satisfacción, con sentido de pertenencia social, conscientes de los problemas de la humanidad, dispuestos a participar de manera responsable y decidida en los procesos de democracia participativa, comprometidos con las mejoras o soluciones de las situaciones o problemáticas que existan y que desarrollen la capacidad de aprender a aprender en el trayecto de su vida. En suma, que sean adolescentes, jóvenes y personas adultas capaces de erigirse como agentes de su propia transformación y de la sociedad, y que con ello fomenten una cultura de paz y de respeto hacia la diversidad social, sexual, política y étnica, siendo solidarios y empáticos con las personas y grupos con quienes conviven.

Por ello, es preciso contar con un Marco Curricular Común para la Educación Media Superior (MCCEMS) centrado en el desarrollo integral de las y los adolescentes y jóvenes, diseñado y puesto en práctica desde la inclusión, participación, colaboración, escucha y construcción colectiva que responde y atiende los mandatos de la reforma al Artículo 3o. Constitucional, la Ley General de Educación y los principios de la Nueva Escuela Mexicana.

En el MCCEMS se hace explícito el papel de las y los docentes como diseñadores didácticos, innovadores educativos y agentes de transformación social con autonomía didáctica, trascendiendo su papel de operadores de planes y programas de estudio. La autonomía didáctica es la facultad que se otorga a las

y los docentes para decidir, con base en un contexto, las estrategias pedagógicas y didácticas que utilizarán para lograr las metas de aprendizaje establecidas en las progresiones (SEP, 2022).

El centro del MCCEMS lo constituyen los Recursos Sociocognitivos para lograr en el alumnado el mejor desempeño en la comunicación, expresión oral, escritura y pasión por la lectura; en el pensamiento matemático, la conciencia histórica y la cultura digital.

El Recurso Sociocognitivo de Pensamiento Matemático se concibe de manera amplia, incluyendo la ejecución procedimental de algoritmos, la interpretación de sus resultados, y abarcando procesos intuitivos y formales como la observación, el acto de conjeturar y la argumentación, así como también la solución de problemas, la modelación de la realidad y la comunicación en contextos matemáticos.

La matemática se desarrolla en una suerte de proceso dialéctico entre la intuición y la formalidad. Todo descubrimiento parte de la intuición hasta que se vuelve necesario, para poder continuar, formalizar los resultados obtenidos. Con la consideración de estos procesos intuitivos, clásicamente descuidados en la educación matemática, se busca favorecer el pensamiento creativo de las y los estudiantes. También se pone el acento en que el estudiantado desarrolle la habilidad de determinar y delimitar qué variables debe considerar para describir un fenómeno y que no simplemente se limite a la utilización de modelos prefabricados, además de que se busca en el estudiantado el desarrollo de habilidades comunicativas relacionadas con el Pensamiento Matemático.

En el MCCEMS se trabajará con Unidades de Aprendizaje Curricular (UAC) que, en apego al Acuerdo Secretarial número 09/08/23, se definen como un conjunto de aprendizajes que integran una unidad completa que tiene valor curricular porque ha sido objeto de un proceso de evaluación, acreditación y/o certificación para la asignación de créditos. Estas UAC pueden ser cursos, asignaturas, materias, módulos u otros que representen aprendizajes susceptibles de ser reconocidos por su valor curricular. Cada UAC enmarca los contenidos y habilidades que darán cumplimiento a la formación de las y los estudiantes de EMS y serán desarrollados a través de las progresiones de aprendizaje.

El Acuerdo 09/05/24 modifica el diverso número 09/08/23 que actualiza el MCCEMS, para fortalecer la impartición del currículo ampliado, con el desarrollo de la formación socioemocional de manera transversal en el componente de formación fundamental extendida y de formación laboral a partir de las unidades de aprendizaje (UA) o unidades de aprendizaje curricular (UAC).

“Aplicaciones del Pensamiento Matemático” es una UAC perteneciente al Currículum Fundamental Extendido Optativo, en ella las y los estudiantes articularán conocimientos propios de la geometría, la estadística, el álgebra y otras áreas de la matemática dentro de situaciones-problema significativas y

propias de los campos de acción de las matemáticas aplicadas: la física, la comunicación digital, la geomática, entre otros. Todo ello con el fin de continuar con la adquisición del pensamiento crítico del estudiantado a través del pensamiento matemático y para que el estudiantado esté informado acerca de los últimos desarrollos, áreas de investigación y aplicaciones de la ciencia matemática en el siglo XXI.

Tabla 1. Unidades de Aprendizaje Curricular por semestre, horas y créditos

Unidades de Aprendizaje Curricular	Semestre	Horas semanales			Horas semestrales			Créditos
		MD	EI	Total	MD	EI	Total	
Aplicaciones del Pensamiento Matemático	Quinto / Sexto	3	0.75	3.75	48	12	60	6

Aprendizajes de trayectoria y metas de aprendizaje

Los aprendizajes de trayectoria que se desarrollan a lo largo de las UAC responden a las preguntas ¿qué tipo de persona pretendemos formar? y ¿en qué contribuye el área o recurso en la formación integral de las y los jóvenes que cursen este tipo educativo?

Los aprendizajes de trayectoria de Temas Selectos de Matemáticas describen la formación que buscamos ofrecer a las y los estudiantes que cursen por el MCCEMS, la cual pretende aportar herramientas y habilidades, como lo son la capacidad para observar, intuir, conjeturar, argumentar, modelar, entre otras, que les serán de utilidad sin importar el derrotero que sea elegido al terminar el bachillerato.

El perfil de egreso de las y los estudiantes, en Aplicaciones de pensamiento matemático queda referido en el currículum bajo los siguientes aprendizajes de trayectoria:

1. Aplica procedimientos algorítmicos e interpreta sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.
2. Observa, intuye, conjetura y argumenta a favor o en contra de afirmaciones matemáticas tanto teóricas como de aplicación en áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos o recursos socioemocionales, para debatir y contrastar ideas con sus pares.

3. Analiza situaciones y problemas, discerniendo las variables de interés para el estudio, así como también llevando a cabo la verificación requerida de las hipótesis para la aplicación de los objetos, métodos y conceptos matemáticos utilizados, con la finalidad de modelar fenómenos o resolver problemas.
4. Describe, interpreta y comunica con claridad ideas, situaciones y fenómenos propios de la matemática, de las ciencias naturales, experimentales, de la tecnología, de las ciencias sociales y de su entorno, empleando un lenguaje matemático riguroso.

Para alcanzar estos aprendizajes de trayectoria se han diseñado las progresiones de aprendizaje de Temas Selectos de Matemáticas, las cuales están articuladas con categorías, subcategorías y metas de aprendizajes. A continuación, se presenta una tabla con dichos elementos.

Temas selectos de matemáticas			
Categorías			
Procedural	Procesos de Intuición y Razonamiento	Solución de problemas y modelación	Interacción y lenguaje matemático
Subcategorías			
Elementos aritmético-algebraicos.	Capacidad para observar y conjeturar	Uso de modelos	Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico
Elementos geométricos	Pensamiento intuitivo	Construcción de Modelos	Negociación de significados
Elementos variacionales	Pensamiento formal	Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios	Ambiente matemático de Comunicación
Manejo de datos e incertidumbre			
Aprendizajes de Trayectoria			
Aplica procedimientos algorítmicos e interpreta sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas	Observa, intuye, conjetura y argumenta a favor o en contra de afirmaciones matemáticas tanto teóricas como de aplicación en áreas de conocimiento,	Analiza situaciones y problemas, discerniendo las variables de interés para el estudio, así como también llevando a cabo la verificación requerida de las	Describe, interpreta y comunica con claridad ideas, situaciones y fenómenos propios de la matemática, de las ciencias naturales, experimentales, de

del conocimiento y de su vida personal.	recursos sociocognitivos o recursos socioemocionales, para debatir y contrastar ideas con sus pares.	hipótesis para la aplicación de los objetos, métodos y conceptos matemáticos utilizados, con la finalidad de modelar fenómenos o resolver problemas.	la tecnología, de las ciencias sociales y de su entorno, empleando un lenguaje matemático riguroso.
---	--	--	---

Metas de Aprendizaje

C1M1	C2M1	C3M1	C4M1
Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.
C1M2	C2M2	C3M2	C4M2
Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.	Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieran explicación o interpretación.	Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.
C1M3	C2M3	C3M3	C4M3
Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la	Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de	Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de	Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para

interacción con sus pares.	situaciones y fenómenos.	áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.	someterlo a debate o evaluación.
	<p style="text-align: center;">C2M4</p> Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	<p style="text-align: center;">C3M4</p> Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	

¿Cómo leer las progresiones de Aplicaciones de pensamiento matemático?

El elemento curricular principal de la propuesta, aquel en el que confluyen los anteriores son las Progresiones de Aprendizaje, las cuales son una descripción cualitativa en el cambio del nivel de sofisticación del estudiante sobre un concepto clave, proceso, estrategia, práctica o hábito mental. Dicho cambio se puede deber a una variedad de factores como la maduración y la instrucción. (Deane, Sabatini & O Reilly, 2012).

Las progresiones de aprendizaje de Aplicaciones de pensamiento matemático trazan un camino por el cual transitar con el estudiantado para adquirir conocimientos, contenidos y, sobre todo, ir desarrollando una forma de pensamiento. En lo que respecta a Pensamiento matemático, la propuesta crucial del MCCEMS consiste en desplazar la atención de la adquisición de contenidos al desarrollo de una forma de pensar matemática.

La manera en la que las progresiones de aprendizaje favorecen el desarrollo de ese tipo de pensamiento es a través de su articulación con las categorías, subcategorías y metas de aprendizaje. Las categorías son una conceptualización que describe al pensamiento matemático y al mismo tiempo orientan el diseño de actividades didácticas: de acuerdo con la categoría establecida en la progresión de aprendizaje se proponen cierto tipo de actividades: cálculos y

comprobación de cálculos (procedural); observación, conjeturación, argumentación (procesos de intuición y razonamiento); aplicación de modelos, construcción de modelos, solución de problemas (solución de problemas y modelación); comunicación de ideas matemáticas tanto oral como escrita (Interacción y lenguaje matemático). Las subcategorías del pensamiento matemático describen en extenso a las categorías del pensamiento matemático.

Las metas de aprendizaje son indicadores generales acerca de lo que queremos lograr con nuestros estudiantes y éstas van sumando a los aprendizajes de trayectoria de la UAC de Temas selectos de matemáticas una vez que se articulan con los contenidos específicos de las progresiones correspondientes.

Los contenidos matemáticos no se encuentran ni en categorías ni en subcategorías. Cada progresión de aprendizaje incluye contenido matemático en su enunciado, pues no se puede apoyar la adquisición del pensamiento matemático sobre un conjunto vacío de contenidos. En el caso de la presente UAC se establecieron temas misceláneos relativos a aritmética modular, teoría de gráficas y juegos, códigos, geometría y estadística inferencial. La variedad de temáticas tiene como propósito brindar un panorama fiel de la gran gama de aplicabilidad de la matemática en la actualidad.

Al igual que con Pensamiento matemático, la complejidad la van marcando las progresiones de aprendizaje: por ejemplo, en segundo semestre estudiamos proporcionalidad directa e inversa; a partir de dicha experiencia en quinto semestre retomamos su análisis desde una perspectiva gráfica para estudiar, en el caso de la proporcionalidad directa, la ecuación de la línea recta, ello para hacer el abordaje de dicho concepto matemático más significativo y partir de dicha situación para trabajar los demás elementos geométrico-analíticos de la línea recta.

Todos los elementos curriculares que hemos descrito deben concretarse en la contextualización de la realidad del estudiante.

Progresiones de aprendizaje de Aplicaciones del pensamiento matemático

Los elementos del MCCEMS que dan respuesta a las preguntas ¿qué se enseña? Y ¿qué se aprende?, son las progresiones de aprendizaje, las metas, las categorías y las subcategorías.

En el programa de Aplicaciones del Pensamiento matemático se abordan 9 progresiones de aprendizaje que tienen impacto en el logro de las metas de aprendizaje clasificadas utilizando las cuatro categorías y empleando algunas de sus subcategorías. Las metas de aprendizaje de Pensamiento Matemático refieren a lo que se espera que el estudiantado aprenda durante la trayectoria de la UAC.

Cada progresión de aprendizaje articula los contenidos y habilidades del Pensamiento Matemático que deberán abordarse a lo largo del semestre en el orden planteado y buscarse desarrollar en el estudiantado. Las categorías y subcategorías orientan la práctica docente hacia el favorecimiento de este tipo de pensamiento en las y los estudiantes.

A continuación, se presentan cada una de las 9 progresiones que corresponde al programa de estudios de Aplicaciones del Pensamiento Matemático, así como las relaciones con las metas, categorías y subcategorías.

Deduce y explica alguna ley física que describa un fenómeno mecánico (e.g. ley de la palanca, aspectos de la ciencia del deporte, ángulos de incidencia en el billar, etc.) a través de la experimentación cuidadosa.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C2M3. Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.	C2. Procesos de intuición y razonamiento.	S1. Capacidad para observar y conjeturar. S2. Pensamiento formal.
C3M2. Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	C3. Solución de problemas y modelación.	S2. Construcción de modelos.

2

Explica a través de cuantificaciones de distancias algunos hechos importantes o interesantes como pueden ser la redondez de la tierra, el cálculo del tamaño de la tierra, el problema chino de mediciones, mediciones en carpintería, entre otros empleando resultados de geometría euclidiana.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C1M2. Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	C1. Procedural.	S1. Elementos aritmético-algebraicos. S2. Elementos geométricos.
C4M3. Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o evaluación.	C4. Interacción y lenguaje matemático.	S3. Ambiente matemático de comunicación.

3

Explica el funcionamiento del GPS para objetos que se encuentran al nivel del mar al considerar la utilización de tres satélites cuyas señales describen circunferencias y empleando técnicas tanto algebraicas como geométricas.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C4M3. Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o evaluación.	C4. Interacción y lenguaje matemático.	S1. Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico. S3. Ambiente matemático de comunicación.

4

Describe la forma en que los servicios de navegación que emplean tecnología GPS determinan la ruta óptima para llegar de un punto a otro considerando elementos de la matemática discreta (teoría de gráficas) y sus algoritmos

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C1M1. Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno. C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	C1. Procedural.	S1. Elementos aritmético-algebraicos. S2. Elementos geométricos.
C4M1. Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.	C4. Interacción y lenguaje matemático.	S2. Negociación de significados.

5

Considera juegos sencillos para deducirles estrategias ganadoras o estrategias no perdedoras con la finalidad de discutir algunos elementos fundamentales de la teoría de juegos a un nivel y sus aplicaciones a la economía y la política (e.g. Equilibrio de Nash, el dilema del prisionero) desde una perspectiva crítica

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C1M2. Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.	C1. Procedural.	S1. Elementos aritmético-algebraicos.
C3M3. Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.	C3. Solución de problemas y modelación.	S3. Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

6

Propone métodos simples de codificación de mensajes con el fin de explorar técnicas más estandarizadas que emplean elementos de la aritmética tanto entera como modular (e.g. encriptación RSA).

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C3M2. Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	C3. Solución de problemas y modelación.	S2. Construcción de modelos.
C4M2. Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	C4. Interacción y lenguaje matemático.	S1. Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico. S2. Negociación de significados.

7

Revisa algunos elementos de la comunicación de información digital (el uso de un sistema binario) y explica la manera en que pueden presentarse errores durante dicha comunicación y los algoritmos que nos permiten detectarlos y en ocasiones corregirlos.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C3M4. Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	C3. Solución de problemas y modelación.	S3. Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

8

Estudia la significancia estadística de algunas afirmaciones referentes a fenómenos estadísticos de su interés a través de la revisión del estudio de valores-p.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	C1. Procedural.	S4. Manejo de datos e incertidumbre.
C2M4. Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	C2. Procesos de intuición y razonamiento.	S3. Pensamiento formal.

9

Explora algunos de los avances de la Ciencia de Datos y la Inteligencia Artificial a un nivel divulgativo, revisando sus aplicaciones en las ciencias, las finanzas, señales en dispositivos electromecánicos y otros campos de interés, así como sus implicaciones humanas desde una perspectiva crítica.

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C2M1. Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	C2. Procesos de intuición y razonamiento.	S2. Pensamiento intuitivo.
C4M2. Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	C4. Interacción y lenguaje matemático.	S3. Ambiente matemático de comunicación.

Transversalidad con otras Áreas del Conocimiento y Recursos Sociocognitivos y Socioemocionales

Cuando se plantea la interrogante ¿cómo se relacionan los conocimientos y experiencias provistos por la UAC con las áreas y los recursos del MCCEMS?, la respuesta se encuentra en la transversalidad como la estrategia curricular para acceder a los Recursos Sociocognitivos, las Áreas de Conocimiento y los Recursos Socioemocionales, de tal manera *que integra* los conocimientos de forma significativa y con ello dar un nuevo sentido a la acción pedagógica de las y los docentes. Con el planteamiento de la transversalidad, apoyado por la multidisciplinariedad, interdisciplinariedad y transdisciplinariedad, se logra uno de los propósitos del MCCEMS: un currículum integrado, para alcanzar una mayor y mejor comprensión de la complejidad del entorno natural y social.

Para profundizar sobre el tema de transversalidad, se sugiere revisar el documento correspondiente en el siguiente enlace: <https://tinyurl.com/2kjlfhnv>

Una manera de desarrollar la transversalidad en el aula es la elaboración de proyectos innovadores e integradores, de tal forma que se pueda comprender, afrontar y dar solución de forma global a la problemática planteada, empleando los contenidos que proveen las categorías y subcategorías involucradas en la trayectoria de aprendizaje. En el caso de Aplicaciones del Pensamiento Matemático es posible lograr esta transversalidad, en la siguiente tabla se muestran algunas posibilidades que pueden ser analizadas, modificadas y complementadas por las y los docentes.

Currículum Fundamental Recurso Sociocognitivo	Lengua y Comunicación e Inglés	<p>En aplicaciones del pensamiento matemático se sugiere acompañar el trabajo matemático de investigaciones divulgativas acerca del estado actual de esta ciencia, esto con la finalidad de despertar el interés del estudiantado. Se puede solicitar la elaboración de reseñas sobre textos o videos (en inglés o español) que traten sobre los contenidos de las progresiones de esta UAC.</p>
	Conciencia Histórica	<p>Cuando se revisan las aplicaciones de Teoría de juegos es importante ejemplificarlas con casos en los que se involucren cuestiones políticas y económicas, la Conciencia histórica puede vincularse para enmarcar con mayor precisión dichos ejemplos.</p>
	Cultura Digital	<p>En Aplicaciones del pensamiento matemático existen progresiones que tratan temáticas digitales como lo son la criptografía, la codificación y sistemas de GPS, los recursos ganados en Cultura digital pueden ser de mucha ayuda para concretar dichas progresiones.</p>
Currículum Fundamental Áreas de Conocimiento	Ciencias Naturales, Experimentales y Tecnología	<p>Una de las aplicaciones más importantes de la matemática, la cual ha catalizado el desarrollo mismo de esta ciencia son las contribuciones que se han hecho a la física. En Aplicaciones del pensamiento matemático se revisan algunos contenidos que son vinculatorios con lo abordado en CNEYT cuando se estudia dinámica.</p>
	Ciencias Sociales	<p>Además del interés que puede tener para la política y la economía la Teoría de juegos, también se abordan en Aplicaciones del pensamiento matemático algunos contenidos igualmente interesantes para el resto de las Ciencias sociales, tal es el caso de la estadística inferencial: se sugiere contextualizar su aplicación con las problemáticas centrales de Ciencias sociales.</p>
	Humanidades	<p>Las Humanidades han reflexionado a lo largo de la historia sobre la inteligencia humana, sobre qué es conocer y saber. Recientemente las llamadas “Inteligencias Artificiales” abren un debate interesante sobre si es realmente cierto que las máquinas “piensan”. Las progresiones de Aplicaciones del pensamiento matemático nos permiten explorar estas interrogantes en articulación con la UAC de Humanidades.</p>
Currículum Ampliado Recursos Socioemocionales	Bienestar Emocional Afectivo	<p>A lo largo de todas las progresiones de Temas selectos de matemáticas III se plantean problemas matemáticos, los cuales al ser trabajados por el estudiantado pueden llegar a generar lo que en la bibliografía especializada se conoce como <i>ansiedad matemática</i> (Ahmed, 2018). Es importante que al guiar las actividades las y los docentes brindemos herramientas socioemocionales para enfrentar dicha ansiedad.</p>
	Responsabilidad Social	<p>Las problemáticas que se emplean para transversalizar las progresiones de Aplicaciones del pensamiento matemático con las de Ciencias sociales, por su naturaleza, tienen una dimensión que puede ser atendida articulando la discusión con la Responsabilidad social.</p>
	Cuidado Físico Corporal	<p>Se pueden trabajar contenidos que inviten a la reflexión del cuidado físico corporal del estudiantado a través de la estadística inferencial: el impacto del uso de dispositivos móviles, el impacto de conductas de riesgo al conducir, la importancia de una alimentación balanceada, la importancia de tener un horario de sueño bien establecido etc., son tan solo algunos de los ejemplos en los que la estadística inferencial puede aportar algunas herramientas para la reflexión socioemocional.</p>

Ámbitos de la Formación Socioemocional

Recursos socioemocionales: *responsabilidad social, *cuidado físico corporal y *bienestar emocional y afectivo

Ámbito de la formación socioemocional	Categorías
Práctica y colaboración ciudadana	<ul style="list-style-type: none"> • Participación ciudadana y cultura democrática • Seguridad y Educación para la Paz • Perspectiva de género • Conservación y cuidado del medio ambiente
Educación para la salud	<ul style="list-style-type: none"> • Vida saludable • Salud y sociedad • Alimentación saludable • Factores de riesgo y de protección que impactan su salud
Actividades físicas y deportivas	<ul style="list-style-type: none"> • Relaciones interpersonales • El deporte: un derecho humano para todas y todos • El deporte y las emociones • El deporte, la discriminación de género y la violencia • Hacia la igualdad e inclusión en el deporte
Educación integral en sexualidad y género	<ul style="list-style-type: none"> • Las personas tienen derechos sexuales • Factores de sexualidad: libertad de conciencia, placer y autonomía del cuerpo • Equidad, inclusión y no violencia con perspectiva de género • Salud sexual y reproductiva • Ciudadanía sexual
Actividades artísticas y culturales	<ul style="list-style-type: none"> • El arte como necesidad humana • El arte para el autodescubrimiento y la autonomía • El arte como aproximación a la realidad

Orientaciones pedagógicas

En el MCEMS, tanto el Pensamiento matemático como Temas selectos de matemáticas y Aplicaciones del pensamiento matemático parten de una perspectiva constructivista que atiende tanto lo cognitivo, como lo social, así como también lo emocional. Se adopta la perspectiva del constructivismo social (Simon, 1995) y con ello superar las inversiones anti-didácticas tan comunes en el ámbito de la educación matemática. (Freudenthal, 1999)

Orientaciones didácticas

A continuación presentaremos a través de un ejemplo algunos elementos relevantes en el proceso de diseño de clases adecuadas a las progresiones de aprendizaje de Aplicaciones del pensamiento matemático. Se plantean tres aspectos: la identificación de la progresión, en el que se analiza cómo se articulan los contenidos de la progresión con las categorías, subcategorías y metas de aprendizaje; el diseño de actividades respondiendo a la articulación previamente identificada; y la evaluación formativa.

6

Identificación de la progresión

La planificación de actividades en Aplicaciones del pensamiento matemático se hace a través de las progresiones de aprendizaje. En esta sección revisaremos un ejemplo. Consideremos la progresión 6.

Propone métodos simples de codificación de mensajes con el fin de explorar técnicas más estandarizadas que emplean elementos de la aritmética tanto entera como modular (e.g. encriptación RSA).

METAS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
C3M2. Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	C3. Solución de problemas y modelación.	S2. Construcción de modelos.
C4M2. Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	C4. Interacción y lenguaje matemático.	S1. Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico. S2. Negociación de significados.

Toda progresión cuenta con contenido matemático; en el caso de la progresión 6 de APM se identifican los siguientes contenidos con los cuales se puede trabajar en el desarrollo de pensamiento matemático:

- Teoría de códigos
- Aritmética modular
- Encriptación RSA

Las progresiones de aprendizaje no son únicamente contenidos sino que detallan cómo articularlos y a qué categorías vincularlos. En el caso que analizamos, aplicaremos elementos básicos de la aritmética modular a la codificación.

Diseño de actividades

Las presentes actividades se desarrollarán en tres sesiones de una hora cada una, en un ambiente lúdico. Como material didáctico necesitaremos cualquier I.A. (recomendado pero no fundamental).

Sesión 1

En progresiones previas se trabajaron aspectos básicos de la Teoría de juegos, se puede retomar dicha experiencia al iniciar la primera sesión para enmarcar el desarrollo de esta progresión con la importancia que tiene para las naciones el resguardo de la información y la búsqueda de canales seguro para transmitir dicha información.

Se integrarán en parejas y se pedirá que cada pareja piense en breves mensajes que se compartirán entre ellos. Como es obvio, la información tal cual está escrita es vulnerable a que otra pareja la pueda leer. Se les pedirá entonces que establezcan un sistema de codificación, por ejemplo, que sustituyan la letra A por 1, la B por 2, etc.

Se pedirá que una vez que tengan los breves mensajes escritos sobre el papel, lo compartan con otra pareja. Como es obvio, todos podrán descifrar lo que las demás parejas tenían escrito; cuando se identifica esto, el o la docente les sugiere que cada pareja en la codificación previa “aplique un desplazamiento”, por ejemplo, en lugar de mandar la A al 1, se mandará la A al $1 + 6 = 7$; la B a $2 + 6 = 8$, etc., siempre teniendo el desplazamiento como constante, en este caso, siempre se desplaza sumando 6. Después de realizar el desplazamiento, se regresa al abecedario, es decir, remplazamos la A por la letra que corresponda originalmente al puesto 7, i.e. la G; la B por la H, etc.

Surgirá la interrogante de qué hacer con, por ejemplo, la Z, pues $27 + 6 = 33$ y no existe la letra 33 en el abecedario. En este momento el o la docente introduce la noción de suma en los enteros módulo 27.

Estudio independiente: se puede pedir que se elabore la tabla de suma de los enteros módulo 3, 4, 5 y 6.

El o la docente le pide al grupo que cada pareja elija un desplazamiento (e.g. nosotros elegimos el 6 para el ejemplo anterior) dicho número es lo que se conoce en criptografía como llave. La llave será secreta para cada pareja.

Posteriormente se pedirá a las parejas que escriban un mensaje, lo codifiquen y lo compartan cifrado a otra pareja sin dar a conocer la llave del cifrado. Empieza un breve juego en el que gana la pareja que logre descifrar primero el mensaje de otra pareja al descubrir la llave de encriptación. Si las respuestas tardan en llegar y se cuenta con tecnología, es posible emplear I.A. para ello.

Las I.A. pueden descifrar fácilmente las encriptaciones que se han construido, aunque a veces son falibles.

Se pide a las y los estudiantes que expongan sus resultados.

Sesión 2.

El o la docente comienza con una reflexión sobre la falibilidad del sistema de encriptación que se construyó. Sugerirá posteriormente que el desplazamiento, en lugar de efectuarse sumando un número, se realice multiplicando por un número. Observando que, por ejemplo, no puede emplearse el número 0, pues el mensaje se pierde definitivamente, también mostrará que no puede emplearse un número como el 9 (¿por qué?)

Estudio independiente: Se solicitará que las y los estudiantes piensen qué caracteriza a los números que se pueden emplear para encriptar cuando el desplazamiento se realiza multiplicando. El problema es difícil y no se espera que todos lo resuelvan, pero sirve para fomentar la curiosidad en el estudiantado.

El o la docente muestra cómo multiplicar enteros módulo 3, módulo 4, módulo 5 y módulo 27. Se deja como estudio independiente que se elaboren algunas tablas de multiplicar para estos sistemas. Si el o la docente dispone de tiempo, puesto que el grupo avanza rápidamente, puede decidir detenerse sobre algunas propiedades interesantes de estos sistemas numéricos.

Se replica la actividad de la sesión 1 pero con este nuevo sistema de cifrado.

Usualmente las I.A. no pueden resolver estos problemas fácilmente y las y los estudiantes habrán encontrado una limitación de estas nuevas tecnologías.

Sesión 3

Se inicia preguntando si se pudo resolver el estudio independiente de la sesión 2, en caso de que haya respuestas afirmativas, se revisan y retroalimentan; si encuentra la solución se ratifica, en caso contrario se muestra a las y los estudiantes, explicando que el problema era complicado, un reto, pero que los retos son buenos y que de ellos se aprende mucho. (la solución son todos los números primos relativos con 27).

El o la docente termina por enumerar algunas propiedades de la aritmética modular y explica en qué consiste la encriptación RSA, así como también -de forma divulgativa- algunos de los retos de la encriptación moderna y su aplicación en, por ejemplo, los sistemas bancarios y las compras por internet.

Evaluación formativa

La parte más importante de la evaluación formativa es la retroalimentación. En las actividades aquí descritas se presentan múltiples momentos en los que se puede llevar a cabo dicho proceso: por ejemplo, cuando se pide resolver el problema del estudio independiente de la sesión 2. Se debe buscar retroalimentar tanto lo cognitivo como lo socioemocional, haciendo ver la importancia del esfuerzo y cómo gestionar las emociones al enfrentarnos a un problema-reto. En tanto a la retroalimentación de lo cognitivo, se debe verificar

que el estudiantado pueda elaborar tanto las tablas de suma como de multiplicación de los sistemas modulares, si recuerda conceptos como números primos, primos relativos, etc.

Se debe también estar evaluando y retroalimentando constantemente si el estudiantado pudo crear los sistemas de cifrado (modelos) y si puede explicar a los demás cómo lo hizo y el funcionamiento de ellos (categoría de interacción y lenguaje matemático).

Recomendaciones para el trabajo en el aula y en la escuela

El abordaje de los contenidos de las progresiones de aprendizaje, que da respuesta a la pregunta ¿cómo se enseña?, se realizará a través de la implementación de estrategias didácticas activas y un programa de trabajo, aula, escuela y comunidad, el cual es un elemento clave para el logro de los planteamientos educativos del MCCEMS.

Se plantea una transición a estrategias didácticas activas, con un enfoque constructivista, en las cuales las y los estudiantes se encuentran en el centro del proceso de aprendizaje, tales como las basadas en: el enfoque por descubrimiento, la indagación, los proyectos, el aprendizaje cooperativo, los retos, el flipped classroom (conocido como aula invertida), entre otras. Las y los docentes en academia proponen las estrategias didácticas, herramientas, materiales o recursos didácticos que deseen utilizar para el logro de los aprendizajes.

La investigación de las ciencias del aprendizaje muestra que los conceptos que se enseñan de forma aislada son difíciles de utilizar por parte de las y los estudiantes para dar sentido a su vida cotidiana en la realidad social. Para resolver esta fragmentación, se propone un abordaje de Aplicaciones del Pensamiento Matemático en el que se vaya construyendo con el estudiante la necesidad de cada concepto para solo luego plantear su formalización.

Tradicionalmente se ha confundido la presentación lógico-deductiva de la matemática, que es la presentación por excelencia con la que se comunican los resultados entre investigadores e investigadoras, con su presentación didáctica. De hecho, la formalización deductiva solo tiene lugar después de que se ha llegado, a través de métodos heurísticos a los resultados, como decía el matemático Felix Klein:

“El investigador en matemáticas como en cualquier otra ciencia, no trabaja con un modelo deductivo riguroso. Por el contrario, esencialmente hace uso de su imaginación, y procede intuitivamente ayudado por métodos heurísticos [...] sin el descubrimiento no sería posible la conclusión”.

Parte de la apuesta didáctica de esta propuesta es precisamente trabajar el desarrollo de dicha intuición en nuestros estudiantes. Tender a no poner sobre la mesa un método prefabricado, un camino ya trazado para que el estudiantado transite por él, sino más bien, guiarlo para trazar dicho camino y formalizar esa construcción.

Evaluación formativa del aprendizaje

Ante la pregunta ¿cómo se evalúa?, se reconoce que la evaluación es un proceso mediante el cual la comunidad docente reúne información acerca de lo que sus estudiantes saben, interpretan y pueden hacer; a partir de ello comparan esta información con las metas formales de aprendizaje para brindar a sus estudiantes sugerencias acerca de cómo pueden mejorar su desempeño. Este proceso se lleva a cabo con el propósito de mejorar la enseñanza y el aprendizaje durante el desarrollo de la situación didáctica. La práctica de la evaluación en el aula es formativa en la medida en que la evidencia sobre los logros de las y los estudiantes se interpreta y usa por el profesorado, los estudiantes o sus compañeros, para tomar decisiones sobre las actividades a realizar en futuras sesiones, a fin de que las y los estudiantes aprenden mejor, con base en las evidencias que se obtuvieron.

La evaluación necesaria para Aplicaciones del Pensamiento Matemático es formativa dado que tiene la cualidad de ser utilizada como una estrategia de mejora continua. Este tipo de evaluación es constante, ofrece la posibilidad de detectar el progreso o dificultad en el proceso de enseñanza y aprendizaje del estudiantado, permite visualizar el avance que se ha logrado y los objetivos por alcanzar. Para que tenga lugar la evaluación formativa se propone la utilización de la auto y coevaluación. Es importante aclarar que la evaluación formativa no excluye a la evaluación diagnóstica y sumativa, las cuales pueden estar presentes si los contenidos de la progresión ameritan su uso. Algunos instrumentos que pueden apoyar la evaluación formativa son las listas de cotejo y las rúbricas.

Las categorías del Pensamiento Matemático también orientan la evaluación formativa, pues es necesario no solamente evaluar lo procedural sino también el desarrollo de nuestros estudiantes en las demás categorías. Siempre es pertinente estar muy conscientes de la diferencia entre acreditación y evaluación.

Retroalimentar es ofrecer información precisa sobre los aspectos a mejorar en los aprendizajes de las y los estudiantes, así como sugerencias para lograrlo. En el MCCEMS se plantea que la evaluación vaya más allá de corregir e identificar errores para finalmente asignar una calificación; por el contrario, se invita a generar una cultura donde se construya el sentido del aprendizaje a través de la retroalimentación formativa. Algunas de sus características son:

- a) Favorece los procesos de pensamiento y comportamiento de las y los estudiantes.
- b) Incide en la motivación de los aprendizajes, ya que impacta en la autoestima de las y los estudiantes.

- c) Da orden a las evidencias de aprendizaje con los criterios y los objetivos de logro.
- d) Favorece la reflexión para la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Se recomienda diversificar las estrategias de evaluación formativa y de retroalimentación, considerando las diferentes formas de aprendizaje de los alumnos y todos sus productos elaborados, así como la aplicación frecuente de preguntas, ejercicios, tareas escritas o pruebas sencillas. Estas estrategias contribuirán a tomar decisiones sobre cómo reorientar las actividades de enseñanza para ayudar al estudiantado a mejorar su desempeño.

Para profundizar sobre el tema de evaluación formativa y la retroalimentación se sugiere revisar los documentos correspondientes que podrás encontrar en el siguiente enlace: <https://tinyurl.com/2kjlfnv>

Recursos didácticos

Para dar respuesta a la pregunta ¿en qué recursos me apoyo para trabajar las progresiones de aprendizaje?, se sugiere el uso de simuladores, applets, programas de geometría dinámica, no sin olvidar que el uso de esta tecnología puede remplazarse cuando sea necesario con materiales más convencionales.

Las progresiones de Aplicaciones del Pensamiento Matemático nos invitan a la indagación, por ello, se sugiere siempre que sea posible salir del aula a experimentar con mediciones y el análisis de leyes físicas a través de instrumentos de medición, cámaras fotográficas, etc., para solo posteriormente trabajarlas conceptualmente en el salón de clases.

En el abordaje de las progresiones de la unidad de aprendizaje, es importante recordar que los ambientes de aprendizaje pueden ser variados:

- a) Aula: virtual o física.
- b) Escuela: laboratorio, taller u otro.
- c) Comunidad: casa, localidad o región.

Bibliografía

- Ahmed, W. (2018). Developmental trajectories of math anxiety during adolescence: Associations with STEM career choice. *Journal of adolescence*, 67, 158-166.
- Biehler, R. (Ed.). (1994). *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*. Kluwer Academic Publishers.
- Braun, E. (1996). *Caos, fractales y cosas raras*. Ciudad de México: Fondo de Cultura Económica.
- Chance, B., & Rossman, A. (2006). Using simulation to teach and learn statistics. *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, 1-16.
- Clements, D. H., & Samara, J. (2011). Learning Trajectories in Mathematics Education. (Science, Ed.) *Early childhood mathematics intervention*(333(6045)), 968-970. doi:https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_1
- Cobb, P., & Bauersfeld, H. (2012). The Coordination of Psychological and Sociological Perspectives in Mathematics Education. En *The emergence of mathematical meaning* (págs. 11-26). Routledge.
- Dallas, H., & Mumford, D. (s.f.). What Mathematics Serves the Majority of 21st Century American Students. Obtenido de <https://www.dam.brown.edu/people/mumford/beyond/papers/CurtisArticleRev10-6.pdf>
- Deane, P., Sabatini, J., & O'Reilly, T. (2012). The CBAL English language arts (ELA) competency model and provisional learning progressions. Obtenido de <http://elap.cbalwiki.ets.org/Outline+of+Provisional+Learning+Progressions>
- Díaz Barriga, A. (s.f.). *Triángulo de Napoleón y cuadrados pitagóricos*. Obtenido de <https://drive.google.com/file/d/1GvDtXkvaRjIQCKe3VmIBR189eEyDrxie/view?usp=sharing>
- Díaz-Bariga, Á. (2023). ¿Calificar o evaluar? Dos procesos que se confunden y pervierten en el acto educativo. *Revista iberoamericana de Educación Superior*, 98-115. doi:<https://doi.org/10.22201/iissue.20072872e.2023.40.1547>
- Díaz-Barriga, Á. (2013). *Un enfoque de competencias en la Educación ¿Una alternativa o un disfraz de cambio?* México: Perfiles Educativos. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/132/13211102.pdf>
- Díaz-Barriga, F. (2006). *Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida*. Ed. McGraw Hill.

- DOF. (2024). *ACUERDO Número 09/05/24 que modifica el diverso número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior.*
- DOF-SEP. (2023). *ACUERDO Número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior.* Obtenido de https://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5699835&fecha=25/08/2023#gsc.tab=0
- Drake, S., & Burns, R. (2004). *Meeting standards through integrated curriculum.*
- Eronen, L., Kokko, S., & Sormunen, K. (2019). Escaping the subject-based class: A Finnish case study of developing transversal competencies in a transdisciplinary course. *The Curriculum Journal*, 264-278.
- Eronen, L., Kokko, S., & Sormunen, K. (2019). Escaping the subject-based class: A Finnish case study of developing transversal competencies in a transdisciplinary course. *The Curriculum Journal*, 30(3), 264-278.
- Fischbein, E. (2002). *Intuition in Science and Mathematics: An Educational Approach.* USA: Kluwer Academic Publishers.
- Fontanelli, O., Miramontes, P., & Mansilla, R. (2020). Distribuciones de probabilidad en las ciencias de la complejidad: una perspectiva contemporánea. *Inter disciplina* , 8, 11-37. Obtenido de https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S2448-57052020000300011&script=sci_abstract
- Fortus D. & Karjick, J. (2011). Curriculum Coherence and Learning. En *Second International Handbook of Science Education* (Vol. 1, págs. 783-798). Springer.
- Freudenthal, H. (1999). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures.* Kluwer Academic Publishers.
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V., & Giacomone, B. (s.f.). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo OCCDM. Obtenido de http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Godino_2016_Modelo_CCDM_SEIEM_M%C3%A1laga.pdf
- Godino, J. D., Bernabeu, M. d., & Castellanos, M. J. (1991). *Azar y probabilidad: fundamentos didácticos y propuestas curriculares.* Madrid: Editorial Síntesis.
- H., P. (1983). Invención matemática. *Lecturas universitarias: Antología de Matemáticas*, 8, 105-116.
- Hambree, R. (1990). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for research in mathematics education*, 21(1), 33-46.

- Heinrich, S., & Kupers, R. (2019). Complexity as a Big Idea for Secondary Education: Evaluating a Complex Systems Curriculum. *Systems Research and Behavioral Science*.
- Hernández, D. M. (1999). *Una propuesta para la enseñanza de la geometría fractal en el bachillerato*. Tesis para obtener el grado en docencia de las matemáticas, Universidad Autónoma de Querétaro.
- Hitt, F., & Quiroz-Rivera, S. (2017). Aprendizaje de la modelación matemática en un medio sociocultural. *Revista colombiana de educación*, (73), 153-177.
- Kline, M. (1977). *El fracaso de la matemática moderna: ¿por qué Juanito no sabe sumar?* México: Siglo XXI Editores.
- Koko, S., Eronen, L., & Sormunen, K. (2012). Crafting Maths: Exploring Mathematics Learning through Crafts. *Design and Technology Education: An International Journal*.
- Langille, M. (1996). *Studying student's sense making of fractal geometry*. Tesis para obtener el grado de maestro en ciencia, Simon Fraser University.
- Lester, F. K. & William, D. (2002). On the purpose of mathematics education research: Making productive contributions to policy and practice. En *Handbook of International Research in Mathematics Education* (págs. 489-506). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. Inc.
- Mandelbrot, B. (1967). How long is the coast of Britain? Statistical self similarity and fractional dimension. *Science*, 636-638.
- Mandelbrot, B. (1996). Del azar benigno al azar salvaje. *Investigación y ciencia*, 14-20. Obtenido de https://zubietxe.org/wp-content/uploads/2013/12/NIYC1296_014.pdf
- Mandelbrot, B. (2014). *El fractalista: memorias de un científico inconformista*. Tusquets.
- Peitgen, H., Jürgens, H., & Saupe, D. (2012). *Fractals for the classroom: part two: complex systems and mandelbrot set*. Springer Science & Business Media.
- Peitgen, H., Jürgens, H., & Saupe, D. (2013). *Fractals for the classroom: part one: introduction to fractals and chaos*. Springer Science and Business Media.
- Peña, J. A. (Ed.). (2002). *Algunos problemas de la educación en matemáticas en México*. México: Siglo XXI.
- Perelman, Y. (1969). *Álgebra Recreativa*. (E. MIR, Ed.)
- Rossmann, A. J. (2008). Reasoning about informal statistical inference: One statistician's view. *Statistics Education Research*, 7(2), 5-19.

- Rossmann, A. J., & Chance, B. L. (2011). *Workshop statistics: discovery with data*. John Wiley & Sons.
- (2012). *Science in the 21st Century*. Journal of the American Academy of Arts & Sciences.
- Seguí, M. L. (2000). *Combinatoria*. Cuadernos de Olimpiadas: Instituto de Matemáticas, UNAM.
- SEMS a. (2024). *El Programa Aula, Escuela y Comunidad*. Obtenido de [https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Programa%20Aula,%20Escuela%20y%20Comunidad_\(Documento\).pdf](https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Programa%20Aula,%20Escuela%20y%20Comunidad_(Documento).pdf)
- SEMS b. (2024). *La evaluación formativa en el MCCEMS*. Obtenido de https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Evaluacion_formativa%20en%20el%20MCCEMS.pdf
- SEMS c. (2023). *Orientaciones Pedagógicas del Recurso Sociocognitivo de Pensamiento Matemático*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Orientaciones%20pedag%C3%83%C2%B3gicas%20-%20Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20.pdf>
- SEMS d. (2023). *Programa de estudio del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático I*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20I.pdf>
- SEMS e. (2023). *Programa de estudio del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático II*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20II.pdf>
- SEMS f. (2023). *Programa de estudio del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático III*. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Pensamiento%20Matem%C3%83%C2%A1tico%20III.pdf>
- SEMS g. (2023). *La Nueva Escuela Mexicana (NEM): orientaciones para padres y comunidad en general*. Obtenido de [https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/La%20Nueva%20Escuela%20Mexicana_orientaciones%20para%20padres%20y%20comunidad%20en%20general_\(Documento\).pdf](https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/La%20Nueva%20Escuela%20Mexicana_orientaciones%20para%20padres%20y%20comunidad%20en%20general_(Documento).pdf)
- SEMS-SEP. (2023). *Progresiones de Aprendizaje del Recurso Sociocognitivo Pensamiento Matemático*. México. Obtenido de <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource>

/13634/1/images/Progresiones%20de%20Aprendizaje%20-%20Pensamiento%20Matematico.pdf

- Siemon, D. (2021). Learning progressions/trajectories in mathematics: Supporting reforma at scale. *Asutralian Journal of Education*, 65(3), 227-247.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy form a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145.
- Smith, C. L. (2006). Implication of Research on Children ´s Learning for Standards and Assessment: A Proposed Learning Progression for Matter and the Atomic-Molecular Theory. *Measurement: Interdisciplinary research and perspectives*.
- Stewart, J. (2018). *Single variable calculus: Concepts and contexts*. Cengage Learning.
- Taguma, M., Gabriel, F., & Meow, H. (2019). *Future of Education and Skills 2030: Curriculum analysis: A Synthesis of Research on Learning Trajectories/Progressions in Mathematics*. Obtenido de <https://www.oecd.org/education/2030/A-Synthesis-of-Research-on-Learning-Trajectories-Progressions-in-Mathematics.pdf>
- Talanquer, V. (1996). *Fractus, fracta, fractal*. Ciudad de México: Fondo de Cultura Económico.
- Tall, D. (2002). *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers.
- West, G. (2017). *Scale: The universal laws of growth, innovation, sustainability, and the peace of life, in organisms, cities, economies, and companies*. New York : Penguin Press.
- Yoon, S., Goh, S., & Park, M. (2017). Teaching and Learning About Complex Systems in K-12 Science Education: A review of Empirical Studies 1995-2005. *Review of Educational Research*, 1-41. doi:10.3102./00346543177746090
-

Créditos

EL MARCO CURRICULAR COMÚN DE LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR. COMPONENTE DE FORMACIÓN FUNDAMENTAL EXTENDIDO (OPTATIVO).

Autores

Andrés Alonso Flores Marín
Coordinador de Pensamiento Matemático

Daniel Igor Arteaga Pérez
Ana luz Barrón Rangel
Guadalupe del Carmen Bocanegra Aguilar
Candelario Hernández Gómez
Damián Chávez Díaz
Eduardo Escobar Mesa
Francisco Javier Escobar Hernández
Francisco Raul Jimenez Camargo
Gabriel Gómez Martínez
Ruben Isirdia Meza
Martin Vega Gómez
Armando Miranda Najera
Osvaldo Jesús Torres Priego
Oved Palma Javier
Arelí Monserrat Pérez Jijón
Efrén Ramírez Oliva
Mildred Yasmín Reyes Norberto
Salvador Baltazar Reyes
Yuszeff Armando Salazar Morales

Asesoría técnica, académica y pedagógica

Irma Irene Bernal Soriano
Mariela Esquivel Solís
Ana Laura Soto Hernández
Liliana Isela Robles Ponce
Rodrigo Salomón Pérez Hernández
Alexis Haziel Ángeles Juárez.
José Oswaldo Teos Aguilar
Mariana Abigail Rangel Torres
María Elena Pérez Campuzano

Especialista en el área

Alejandro Javier Díaz Barriga Casales

Diseño gráfico

Rosalinda G. Moreno Zanela
Héctor R. Gómez Oliver

Se hace un especial agradecimiento a los Colegios de Estudios Científicos y Tecnológicos participantes; a la Dirección de Educación Tecnológica, Industrial y de Servicios, así como a la Dirección de Educación Tecnológica, Agropecuaria y Ciencias del Mar, por los trabajos de colaboración realizados en conjunto con la COSFAC, para la organización, creación y publicación de los programas de estudio correspondientes al componente de formación fundamental extendido (optativo) del Bachillerato con Carrera Técnica del MCEMS.

Se autoriza la reproducción total o parcial de este documento, siempre y cuando se cite la fuente y no se haga con fines de lucro.

Secretaría de Educación Pública
Subsecretaría de Educación Media Superior
Coordinación Sectorial de Fortalecimiento Académico
2024